

<https://doi.org/10.51574/kognitif.v3i1.745>

## Analisis Kesalahan Pemahaman Konsep Perkalian Siswa dan Solusinya: Penerapan Metode APKL dan Diagram Fishbone

Sri Wahyuni, Puguh Darmawan

**How to cite :** Wahyuni, S., & Darmawan, P. (2023). Analisis Kesalahan Pemahaman Konsep Perkalian Siswa dan Solusinya: Penerapan Metode APKL dan Diagram Fishbone. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 3(1), 49 - 71. <https://doi.org/10.51574/kognitif.v3i1.745>

To link to this article : <https://doi.org/10.51574/kognitif.v3i1.745>



Opened Access Article



Published Online on 30 Juni 2023



[Submit your paper to this journal](#)



## Analisis Kesalahan Pemahaman Konsep Perkalian Siswa dan Solusinya: Penerapan Metode APKL dan Diagram Fishbone

Sri Wahyuni<sup>1</sup>, Puguh Darmawan<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang

### Article Info

#### Article history:

Received Feb 26 , 2023

Accepted Mar 06, 2023

Published Online Jun 30, 2023

#### Keywords:

Kesalahan Konsep  
Metode APKL  
Diagram Fishbone  
Perkalian

### ABSTRACT

Pentingnya penelitian ini untuk dibahas karena menyajikan permasalahan yang aktual, problematik, dan bersangkutan dengan konsep matematika yang lain. Tujuan penelitian ini adalah untuk menemukan akar-akar permasalahan atau penyebab dari kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang beserta solusinya. Metode penelitian yang digunakan adalah metode *Systematic Literature Review* (SLR). Penelitian dianalisis menggunakan diagram *fishbone* yang terdiri dari aspek *machine, man, method, material, measurement*, dan *environment*. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penyebab dari kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang adalah tidak menggunakan alat peraga dalam menjelaskan konsep, jika menggunakan alat peraga biasanya jumlahnya minimum dan sulit diakses banyak siswa, kesalahan guru dalam menjelaskan konsep, siswa tidak bisa membedakan pengali dengan bilangan yang dikali, metode pembelajaran yang digunakan berfokus pada guru, konsep diajarkan secara abstrak bukan konkret, penilaian orang sekitar yang salah, kesalahan dibiarkan secara terus menerus, dan penggunaan sumber bacaan atau pengetahuan yang salah.

This is an open access under the [CC-BY-SA](#) licence



### Corresponding Author:

Puguh Darmawan,  
Departemen Matematika,  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Negeri Malang,  
Jl. Semarang 5, Kota Malang, Indonesia  
ID Scopus: 57216226121  
Email: [puguh.darmawan.fmipa@um.ac.id](mailto:puguh.darmawan.fmipa@um.ac.id)

### Pendahuluan

Permasalahan yang akan dibahas adalah permasalahan tentang kesalahan pemahaman siswa dalam melakukan operasi perkalian sebagai penjumlahan berulang. Perkalian adalah hasil dari penjumlahan secara berulang ([Arican, 2019](#); [Hackenberg et al., 2021](#); [Kobiela & Lehrer, 2019](#); [Maulana et al., 2020](#)). Perkalian termasuk pada materi matematika yang sulit untuk dipahami untuk siswa pada jenjang pendidikan Sekolah Dasar ([Degrande et al., 2017](#); [Hackenberg et al., 2021](#); [Whitacre & Rumsey, 2020](#)). Konsep perkalian harus benar-benar dipahami oleh siswa karena konsep perkalian akan terus digunakan hingga jenjang pendidikan

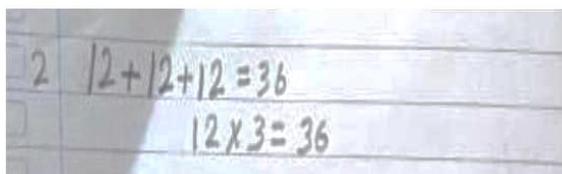
selanjutnya, bahkan dalam kehidupan sehari-hari ([Callingham & Siemon, 2021](#); [Cheeseman et al., 2020](#); [Musser et al., 2011](#); [Whitacre & Rumsey, 2020](#)). Kesalahan yang sering ditemukan adalah kesalahan dalam menentukan bilangan yang dijumlahkan secara berulang. Kesalahan yang dimaksud adalah misalkan disediakan sebuah persoalan sebagai berikut.

$$3 \times 2 = \dots$$

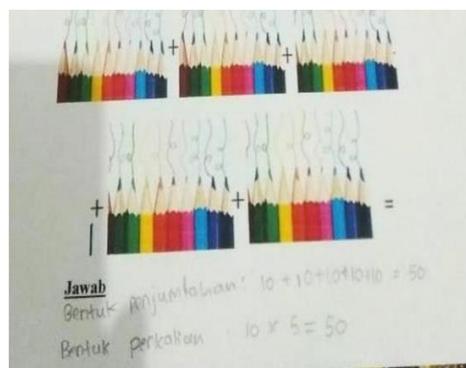
Beberapa siswa akan menjawab  $3 \times 2 = 3 + 3 = 6$ . Hal ini adalah konsep yang salah. Walaupun hasilnya benar, tetapi konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang yang dipakai salah.

Pada dasarnya saat membelajarkan siswa tentang suatu materi matematika terdapat pengetahuan yang harus dipahami oleh siswa, yaitu pengetahuan prosedural dan pengetahuan konseptual. Pengetahuan konseptual harus diajarkan dengan baik agar ketika ditanya mengenai pengetahuan prosedural, siswa bisa menjawab dengan benar.

Rifanti et al. ([2021](#)) mengungkapkan bahwa terdapat beberapa siswa yang salah dalam menerapkan konsep matematika, khususnya perkalian sebagai penjumlahan berulang. Beberapa contoh yang ada dalam penelitiannya adalah sebagai berikut.



**Gambar 1.** Hasil Tes AP



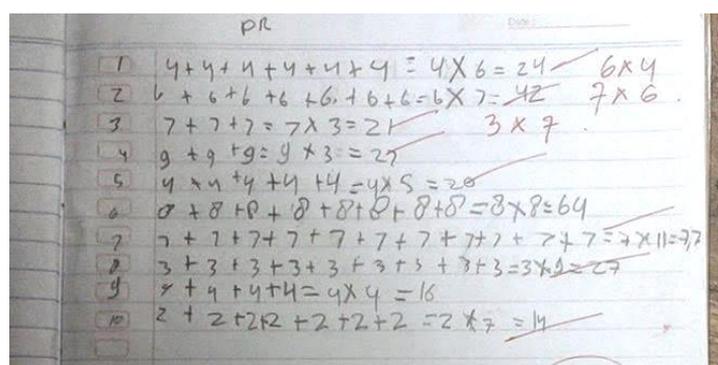
**Gambar 2.** Hasil Tes AF

Jawaban siswa pada Gambar 1 dan Gambar 2 menunjukkan kesalahan dalam menentukan bentuk perkaliannya setelah siswa sudah mampu menunjukkan bentuk penjumlahannya dari masalah kontekstual yang disajikan. Siswa pada Gambar 1 menganggap bahwa bentuk perkalian dari  $12 + 12 + 12 = 36$  adalah  $12 \times 3 = 36$ . Sedangkan siswa pada Gambar 2 menganggap bahwa bentuk perkalian dari  $10 + 10 + 10 = 30$  adalah  $10 \times 3 = 30$ .

Dari beberapa bukti nyata ketidakpahaman siswa akan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang di atas, hal tersebut menunjukkan bahwa konsep tersebut memang belum sepenuhnya dipahami oleh siswa. Siswa cenderung berpikir prosedural tanpa tahu konsep yang sebenarnya sedang digunakan. Siswa hanya berfokus pada hasil akhir dari perkalian tersebut.

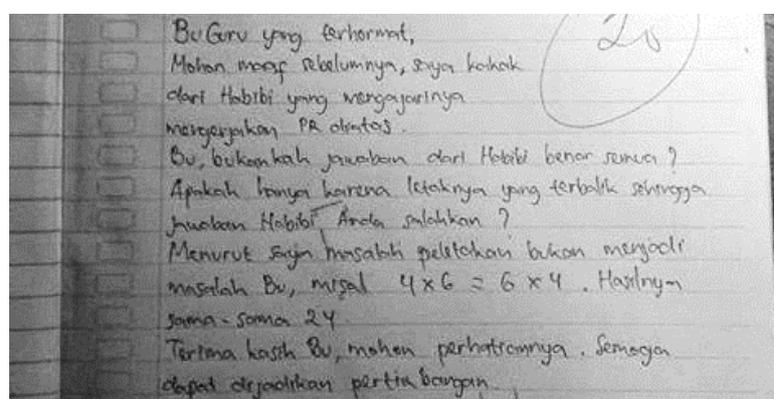
Banyaknya bukti-bukti ketidakpahaman siswa terhadap konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, maka topik ini penting untuk dilakukan pembahasan lebih lanjut. Penelitian ini menggunakan metode APKL untuk menentukan dan menganalisis isu yang akan dibahas. Isu yang diangkat haruslah aktual (A), problematic (P), kekhayalan (K), dan juga layak (L). Aktual artinya sedang hangat diperbincangkan atau diperkirakan akan terjadi. Problematik artinya menarik dan harus segera diselesaikan. kekhayalan artinya menyangkut hidup orang banyak. Sedangkan layak artinya bahwa isu tersebut pantas, realistis, dan sesuai dengan kewenangan peneliti. Sebagaimana metode APKL tersebut, kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang sudah memenuhi aspek-aspek tersebut.

Dari aspek keaktualan, permasalahan ini masih terjadi hingga saat ini dibuktikan dengan beberapa peneliti yang masih meneliti kasus ini, salah satunya Rifanti et al. (2021). Dilansir dari liputan6.com, problematika ini sedang hangat diperbincangkan di media sosial, yaitu facebook pada tahun 2014, karena ada seorang siswa yang mendapatkan pekerjaan rumah dari gurunya, ternyata guru memberikan nilai sebesar 20 dari 100. Hal ini membuat sang kakak, Muhammad Erfas Maulana, geram karena dia menganggap jawaban sang adik, Habibi, saat mengerjakan pekerjaan rumah tersebut sudah benar tetapi malah disalahkan oleh gurunya. Berikut ini adalah lembar jawaban sang adik yang bernama Habibi.



**Gambar 3.** Jawaban Penugasan Habibi

Dari jawaban yang dituliskan Habibi, guru beberapa kali mengoreksi bahwa jawaban yang benar itu seharusnya seperti apa. Karena pada tingkat kelas Habibi memang masih menerapkan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang. Dalam hal ini, Habibi tidak bisa membedakan mana yang merupakan bilangan pengali dengan bilangan yang dikali.



**Gambar 4.** Respon Kakak Habibi

Disambung oleh kakak Habibi yang merasa jawaban Habibi benar karena hasil akhirnya adalah sama. Kakak Habibi menganggap bahwa peletakan bilangannya bukanlah sebuah masalah karena hasilnya juga sama. Kakak Habibi menunjukkan bahwa ada yang namanya sifat perkalian dimana  $a \times b = b \times a$ . Sehingga,  $6 \times 4 = 4 \times 6$  adalah hal yang benar. Padahal dalam pemberian pekerjaan rumah ini guru bermaksud untuk melatih siswa untuk memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang.

Dari aspek problematik, permasalahan ini menjadi problematik ketika dikaitkan dengan konsep matematika yang lain. Misalkan ketika konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang direpresentasikan ke dalam bentuk geometrinya. Selain itu ini bisa menjadi problematik ketika dikaitkan dengan permasalahan sehari-hari. Contohnya dalam aturan minum obat ( $3 \times 1$ ) *sehari* dan dalam aturan wajib lapor tamu ( $1 \times 24$  *jam*).

Dari aspek kekhayalan, permasalahan ini perlu untuk dibahas lebih lanjut mengingat konsep ini sering diabaikan dan konsep yang sering digunakan adalah sifat perkalian bahwa  $a \times b = b \times a$ . Padahal ada konsep dasarnya yaitu perkalian adalah penjumlahan bilangan secara berulang. Akan sangat bahaya apabila sifat  $a \times b = b \times a$  diterapkan dalam aturan minum obat dan aturan tamu wajib lapor. Dalam matematika, urutan merupakan hal yang sangat penting dalam perkalian karena tidak semua bentuk perkalian bersifat komutatif, misalnya ketika nanti siswa belajar tentang perkalian matriks saat siswa sudah memasuki jenjang pendidikan sekolah menengah atas atau sederajat.

Dari aspek layak, peneliti sudah memahami konsep perkalian yang benar dengan beberapa pendekatan. Peneliti telah mempelajari konsep perkalian mulai dari SD, SMP, SMA, bahkan kuliah di program studi pendidikan matematika. Saat masih di bangku SD, SMP, dan SMA, penulis sudah tuntas mata pelajaran matematika dengan nilai yang bisa dikatakan memuaskan. Saat ini penulis sedang menempuh pendidikan di program studi pendidikan matematika dan sudah berada di semester 5. Saat kuliah penulis telah menempuh mata kuliah teori bilangan saat semester 2 yang didalamnya membahas operasi biner dimana salah satunya adalah operasi perkalian, sehingga penulis bisa menjelaskan dan menganalisis permasalahan yang sedang dibahas.

Kesalahan dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang menyebabkan siswa tidak menguasai pemahaman konseptual dan procedural. Sebagaimana yang dijelaskan sebelumnya bahwa terdapat dua pengetahuan yang harus didapat oleh siswa, yaitu pengetahuan prosedural dan konseptual. Pemahaman konseptual ditandai ketika siswa bisa mengidentifikasi hubungan konsep satu dengan yang lainnya sekaligus prosedurnya dan bisa menjelaskan alasan sebuah fakta dengan yang lainnya (Hu et al., 2018; Peterson & Cohen, 2019). Apabila siswa ditanya mengenai konsep yang digunakan saat mengerjakan, siswa akan kebingungan dan salah dalam menjawab. Misalkan jawaban siswa dari sebuah permasalahan yang diberikan guru adalah sebagai berikut.

$$3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

Ketika ditanya maksud dari perkalian tersebut, siswa tidak bisa menjelaskan dan hanya mengikuti prosedur saja.

Apabila kesalahan ini terus berlanjut, siswa dikhawatirkan akan salah dalam mengonstruksi ke perkalian ke dalam bentuk geometri. Ketika perkalian direpresentasikan ke dalam bentuk geometri, siswa akan salah dalam mengonstruksinya. Misalkan disediakan persoalan  $3 \times 4$  dan bilangan 1 direpresentasikan oleh sebuah kotak untuk disusun berdasarkan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang. Jika siswa salah dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, maka hasil representasinya adalah sebagai berikut yang dihasilkan adalah sebagai berikut.

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$$


Jika siswa memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, maka hasil representasinya adalah sebagai berikut.

$$3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$$


Dalam pengaplikasiannya di dunia nyata, biasanya dokter memberikan resep obat pada pasien dan biasanya tertulis keterangan  $3 \times 1$  yang artinya minum 1 obat sebanyak 3 kali dalam sehari. Jika tidak paham konsep perkalian ini, bisa saja malah meminum obat sejumlah 3 buah dalam satu waktu. Jika hal itu terjadi maka orang tersebut akan overdosis. Sehingga pemahaman konsep ini sangat diperlukan. Biasanya terdapat aturan tamu wajib lapor  $1 \times 24$  jam. Apabila konsep yang digunakan tidak tepat, apakah maksud dari aturan tersebut adalah setiap jam tamu harus wajib lapor selama 24 kali?

Apabila konsep perkalian yang selama ini dipahami siswa terus digunakan dan tidak ada pembenaran akan hal tersebut, siswa nantinya kemungkinan akan mengalami kesalahan dalam operasi pada matriks yang didapat pada jenjang pendidikan lebih tinggi. Hal ini karena pada konsep operasi matriks, sifat komutatif tidak berlaku. Operasi pada matriks sangat ditentukan oleh posisi matriks itu sendiri. Sehingga apabila konsep ini dibawa ke konsep matriks, siswa akan salah dalam menyelesaikannya. Pada operasi perkalian matriks,  $AB \neq BA$ . Jika siswa tidak memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang dan menganggap bahwa  $a \times b = b \times a$  diterapkan pada operasi perkalian matriks, maka siswa akan salah dalam menyelesaikannya. Oleh karena itu, perlu dilakukan suatu kajian yang membahas tentang sebab dan solusi terjadinya kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang yang berjudul “Analisis Kesalahan Siswa dalam Memahami Konsep Perkalian Sebagai Penjumlahan Berulang dan Solusinya: Penerapan Metode APKL dan Diagram Fishbone”. Tujuan penelitian ini adalah untuk menemukan akar-akar permasalahan atau penyebab dari kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan

berulang beserta solusinya. Berikut ini adalah posisi penelitian ini beserta kebaruan yang dimiliki jika dibandingkan dengan penelitian-penelitian sebelumnya.

**Tabel 1.** Posisi dan Kebaruan Penelitian

Tahun Penelitian	Judul Penelitian	Fokus/Kebaruan Penelitian
2020	Analisis Kesulitan Belajar Operasi Hitung Perkalian dan Pembagian Pada Masa Pandemi (Covid-19) di Sekolah Dasar	Mengetahui kesulitan belajar siswa dalam operasi hitung perkalian dan pembagian pada masa pandemic (covid 19)
2021	Analisis Pemahaman Konsep Operasi Hitung Perkalian Pada Siswa Kelas III SD IT Samawa Cendekia	Identifikasi pemahaman konsep dan kesulitan siswa dalam menyelesaikan operasi hitung perkalian sebagai penjumlahan berulang.
2022	Analisis Kesalahan Siswa Kelas VII Terhadap Konsep Perkalian Beserta Rekomendasi Desain Pembelajaran Konsep Perkalian	Penyebab kesalahan siswa terhadap konsep perkalian dalam memahami konsep perkalian sebagai operasi penjumlahan, konsep perkalian sebagai gabungan dari operasi penjumlahan dan perkalian, dan kesulitan pada operasi perkalian puluhan dan ratusan beserta solusinya.
2023 (Penelitian ini)	Analisis Kesalahan Siswa dalam Memahami Konsep Perkalian Sebagai Penjumlahan Berulang dan Solusinya: Penerapan Metode APKL	Penyebab kesalahan siswa memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang beserta solusinya dengan menerapkan metode APKL dan diagram <i>fishbone</i> .

## Metode

Penelitian ini bertujuan untuk menemukan akar-akar permasalahan atau penyebab dari kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang beserta solusinya. Metode yang digunakan adalah metode *Systematic Literature Review* (SLR). *Systematic Literature review* dilakukan dengan lima tahapan, yaitu: (1) merumuskan pertanyaan penelitian, (2) mencari sumber, yaitu artikel, (3) mengevaluasi sumber, yaitu artikel, (4) meringkas sumber artikel, dan (5) menginterpretasikan temuan artikel. Pencarian *literature* mengenai sebab dan solusi dari kesalahpahaman siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang dilakukan melalui database *google scholar*, *researchgate*, dan *Neliti*. Kriteria yang digunakan dalam mencari literatur adalah studi yang berkaitan kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang yang mendukung dari bagian sebab maupun solusi. Selain itu, peneliti melakukan pencarian bukti pendukung dari berbagai tempat, yaitu *youtube*, *blogspot*, situs berita *online*, dan bukti langsung di lapangan. Penelitian ini menganalisis data dengan menggunakan metode APKL (Aktual, Problematik, Kekhalayakan, Kelayakan) dan diagram *fishbone* yang terdiri dari aspek *machine*, *man*, *method*, *material*, *measurement*, dan *environment*. Berikut ini adalah daftar artikel sebagai sumber untuk mendukung penelitian ini.

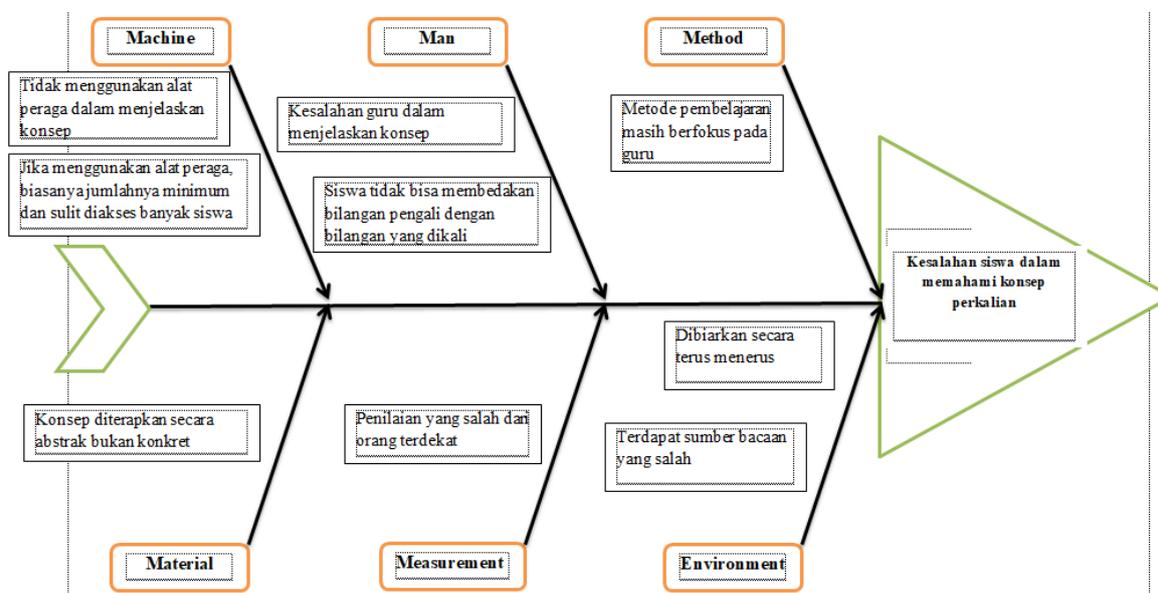
**Tabel 2.** Deskripsi Literatur Terkait Sebab dan Solusi Permasalahan

Peneliti dan Tahun	Judul	Hasil Temuan
Ningsih et al. (2021)	Pentingnya Peranan Orang Tua Dalam Pembelajaran di Masa Pandemi Covid 19	Peran orang tua pada konteks kegiatan pembelajaran adalah sebagai motivator, fasilitator, dan guru.

Peneliti dan Tahun	Judul	Hasil Temuan
Ekayani (2020)	Pentingnya Penggunaan Media Pembelajaran Untuk Meningkatkan Prestasi Belajar	Media pembelajaran memiliki peranan penting dalam proses belajar dimana bisa meningkatkan prestasi belajar. Manfaat atau peran media pembelajaran adalah untuk memperjelas pesan agar tidak terlalu verbal, mengatasi daya indera dan bisa menimbulkan gairah belajar.
Rifanti et al. (2021)	Analisis Pemahaman Konsep Operasi Hitung Perkalian Pada Siswa Kelas III SD IT Samawa Cendekia.	Terdapat 20 siswa yang tidak paham konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang dengan beberapa kesulitan, salah satunya tidak bisa membedakan bilangan pengali dan bilangan yang dikali.
Salay (2019)	Perbedaan Motivasi Belajar Siswa Yang Mendapatkan Teacher Centered Learning (TCL) Dengan Student Centered Learning (SCL).	Penggunaan metode pembelajaran dengan <i>student centered learning</i> dinilai sangat efektif untuk diterapkan dalam proses pembelajaran sebagaimana disampaikan oleh Salay (2019). Salah satu model pembelajaran yang mendukung hal itu adalah model pembelajaran role playing yang cocok diterapkan untuk siswa yang masih berada di jenjang pendidikan sekolah dasar kelas rendah.
Susongko (2010)	Perbandingan Keefektifan Bentuk Tes Uraian dan Testlet Dengan Penerapan Graded Response Model (GRM).	Bentuk tes uraian akan memberikan kebebasan kepada penempuh tes dalam mengekspresikan daya nalar yang dimilikinya, sehingga jawaban yang dihasilkan akan menunjukkan bagaimana penempuh tes berpikir secara kompleks. Disambung juga bahwa sistem penilaian untuk tes uraian dilakukan oleh seorang ahli atau yang berwenang sehingga bersifat subjektif.

## Hasil Penelitian

Sebuah kesalahan akan terjadi karena adanya hal-hal lain yang menyebabkan hal itu terjadi. Sama halnya dengan kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang. Berikut ini adalah beberapa penyebab yang mungkin terjadi sehingga siswa memiliki kesalahpahaman dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang menggunakan diagram *fishbone*.



**Diagram 1** Gambaran kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian

### *Machine*

Penyebab pertama pada bagian *machine* adalah pendidik pada saat pembelajaran tidak menggunakan alat peraga dalam menjelaskan konsep. Perkalian adalah hal yang abstrak sehingga butuh bantuan alat peraga untuk memahami konsep ini. Media pembelajaran adalah segala hal yang berfungsi untuk menyampaikan sebuah pesan, dapat menstimulus pikiran, perasaan, bahkan kemampuan peserta didik sehingga dapat mendorong proses belajar dalam diri masing-masing peserta didik (Ekayani, 2020). Adapun tujuan dari media pembelajaran itu sendiri adalah untuk mempermudah proses belajar-mengajar, meningkatkan efisiensi belajar-mengajar, menjaga relevansi dengan tujuan belajar, dan juga membantu konsentrasi siswa. Hal ini juga sejalan dengan penelitian sebelumnya (Magdalena et al., 2021) bahwa penggunaan media dalam pembelajaran akan meningkatkan efektifitas pembelajaran. Sehingga media pembelajaran khususnya alat peraga sangatlah penting dalam menunjang proses belajar mengajar. Penelitian yang dilakukan oleh Magdalena et al (2021) juga merumuskan bahwa media dibutuhkan dalam proses belajar mengajar karena siswa SD masih berpikir konkrit, sehingga materi matematika yang masih bersifat abstrak harus divisualisasikan ke kehidupan nyata. Namun pada kenyataannya ada saja guru yang tidak menggunakan alat peraga sebagai media yang membantu konsep perkalian. Terkadang hanya menggunakan penjelasan secara verbal saja sehingga siswa bingung dalam menerjemahkannya.



**Gambar 5.** Penjelasan materi tanpa alat peraga

Sumber: <https://youtu.be/sNq7olFXqyk>

Dari Gambar 5, tampak seorang pendidik yang sedang menjelaskan sebuah konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang. Pendidik hanya menggunakan sebuah papan dengan tulisan-tulisan bilangan yang dioperasikan dalam konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang. Tanpa adanya alat peraga yang membantu dalam proses pembelajaran, konsep yang akan disampaikan ke siswa tidak akan maksimal dan dikhawatirkan tidak akan dimengerti sepenuhnya oleh siswa.

Penyebab kedua dari aspek *machine* adalah penggunaan alat peraga yang jumlahnya minimum dan sulit diakses banyak siswa. Dari beberapa video yang peneliti dapatkan di Youtube, terdapat guru yang menggunakan media atau alat peraga dalam menjelaskan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang dalam jumlah sedikit dan sulit diakses siswa. Salah satu buktinya adalah sebagai berikut.



**Gambar 6.** Penggunaan Media Pembelajaran

Sumber: <https://youtu.be/IKNXgyK8wUQ>

Video tersebut menunjukkan ada seorang guru yang menjelaskan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang menggunakan *print* kertas yang berisi gambar-gambar kontekstual. Ukuran kertas yang kecil dan jumlah gambar yang banyak membuat ukuran gambar benda kontekstual yang digunakan menjadi kecil dan cenderung tidak terbaca dengan jelas. Penggunaan media atau alat peraga yang seperti itu membuat siswa yang berada di tengah

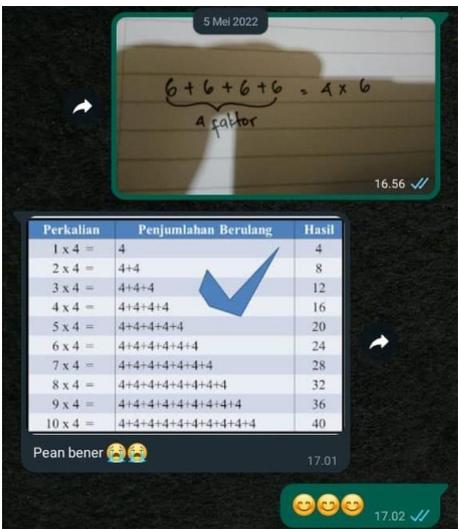
atau belakang barisan tidak bisa menyimak dengan nyaman. Hal ini lah yang bisa menjadi penyebab siswa tidak bisa memahami dengan benar.

Berdasarkan pendapat yang disampaikan tersebut, secara umum media dalam pendidikan digunakan memperjelas informasi atau pesan yang diberikan agar tidak terlalu verbalistis, mengatasi keterbatasan ruang, waktu, dan daya indera, memperkuat sikap aktif siswa, dan dapat memotivasi siswa untuk belajar. Jika dikaitkan dengan penjelasan Gambar 6, sudah jelas bahwa penggunaan media pembelajaran dalam video youtube tersebut tidak efisien. Apabila alat peraga atau media pembelajaran yang digunakan tidak menunjukkan keefisienan yang diharapkan, maka akan mempengaruhi proses siswa dalam menerima informasi yang diberikan oleh guru.

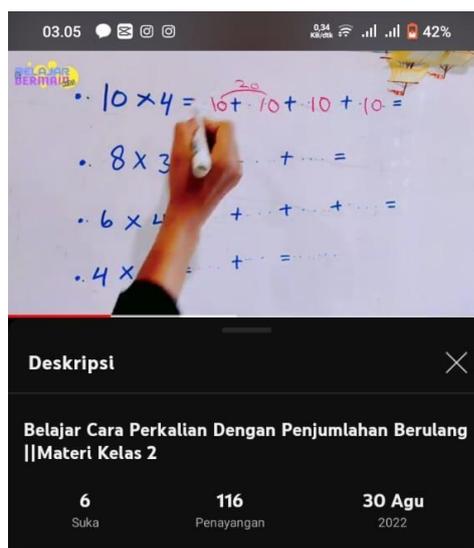
### Man

Penyebab pertama dari aspek *man* adalah kesalahan guru dalam menjelaskan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang. Pada kenyataannya, tidak dipungkiri pengajar/pendidik/guru salah dalam menjelaskan sebuah konsep. Salah satu buktinya adalah diambil dari pengalaman pribadi peneliti.

**Tabel 2.** Pendidik Salah Mengajar

Bukti	Penjelasan
	<p>Ada mahasiswa UM angkatan 2019 yang melakukan kegiatan belajar mengajar di salah satu sekolah dasar pada saat melakukan kegiatan MBKM. Kejadian ini teridentifikasi pada tanggal 05 Mei 2022 yang mana kesalahan yang mahasiswa tersebut lakukan adalah dalam menjelaskan perkalian sebagai penjumlahan berulang sehari sebelumnya. Mahasiswa tersebut menjelaskan kepada siswa bahwa dalam konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, <math>3 \times 2 = 3 + 3 = 6</math>.</p> <p>Mendengar penjelasan mahasiswa tersebut (dalam telepon Whatsapp), peneliti menjelaskan tentang konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang dengan kasus yang berbeda bahwa <math>6 + 6 + 6 + 6 = 4 \times 6</math>. Untungnya hal tersebut segera diketahui oleh penulis sehingga esok harinya, mahasiswa tersebut bersama dengan rekan yang lain segera membenarkan konsep tersebut kepada siswa yang diajarkan sebelumnya.</p>

Selain itu, terdapat bukti lain yang penulis dapat dari Youtube. Buktinya adalah sebagai berikut.

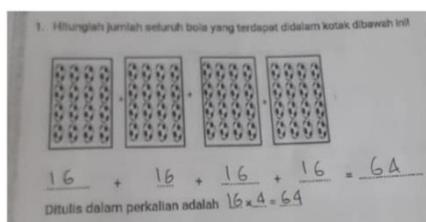


**Gambar 7.** Kesalahan Menjelaskan Konsep  
 Sumber: <https://youtu.be/XA2vJTYHeY>

Dari Gambar 7, dapat dijadikan sebagai salah satu bukti bahwasanya masih ada guru yang salah dalam menjelaskan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang. Konsep perkalian yang seharusnya  $10 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 40$ , tetapi dijelaskan dengan  $10 \times 4 = 10 + 10 + 10 + 10 = 40$ .

Penyebab yang kedua adalah siswa tidak bisa membedakan pengali dengan bilangan yang dikali. Di Indonesia, penempatan bilangan dalam operasi perkalian adalah (bilangan pengali) (bilangan yang dikali). Kebanyakan siswa tidak bisa membedakan mana yang merupakan bilangan pengali dan bilangan yang dikali. Hal ini sering terjadi karena siswa menganggap bahwa selama hasil akhirnya sama maka jawabannya adalah benar. Padahal matematika tidak hanya berfokus pada hasil tetapi juga pada proses mendapatkan hasil tersebut.

Menurut penelitian yang dilakukan Rifanti et al. (2021), kasus Habibi & Suparman, (2020), dan beberapa penelitian lainnya menunjukkan bahwa siswa tidak bisa membedakan bilangan pengali dan bilangan yang dikali. Berikut ini adalah bukti bahwa siswa tidak bisa membedakan bilangan pengali dan bilangan yang dikali yang ada pada penelitian yang dilakukan oleh Rifanti et al. (2021).



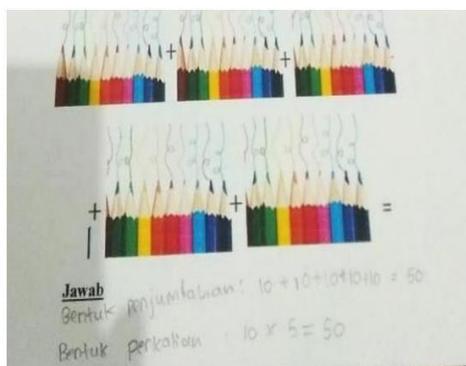
**Gambar 8.** Hasil Tes ZA

Siswa pada Gambar 8 (ZA) tidak bisa membedakan bilangan pengali dan bilangan yang dikali. Permasalahan yang disajikan seharusnya memiliki jawaban seperti berikut ini.

$$16 + 16 + 16 + 16 = 64$$

$$416 = 64$$

Bilangan pengalinya adalah 4 dan bilangan yang dikali adalah 16. Pada kenyataannya, siswa pada Gambar 8 tidak menjawab demikian. Hasil akhir yang didapat adalah  $164=64$ . Letak bilangan pengali dan bilangan yang dikalinya kurang tepat.



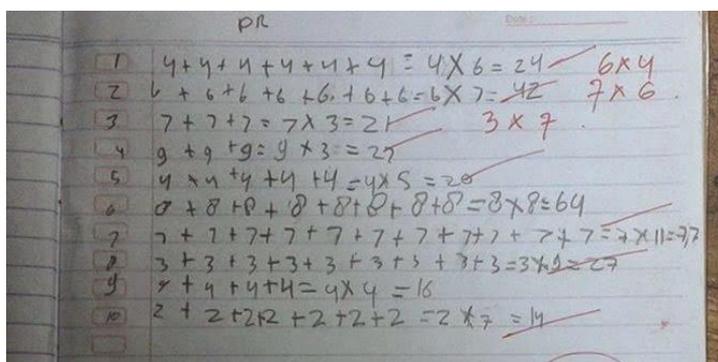
**Gambar 9.** Hasil Tes AF

Siswa pada Gambar 9 (AF) tidak bisa membedakan bilangan pengali dan bilangan yang dikali. Permasalahan yang disajikan seharusnya memiliki jawaban seperti berikut ini.

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$$

$$510 = 50$$

Bilangan pengalinya adalah 5 dan bilangan yang dikali adalah 10. Pada kenyataannya, siswa pada Gambar 9 tidak menjawab demikian. Hasil akhir yang didapat adalah  $105=50$ . Letak bilangan pengali dan bilangan yang dikalinya kurang tepat.



**Gambar 10.** Jawaban Penugasan Habibi

Gambar 10 adalah hasil pekerjaan rumah Habibi yang diberikan oleh gurunya. Habibi tidak bisa membedakan bilangan pengali dan bilangan yang dikali, contohnya adalah jawaban pada soal nomor 1. Permasalahan yang disajikan seharusnya memiliki jawaban seperti berikut ini.

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$$

$$64 = 24$$

Bilangan pengalinya adalah 6 dan bilangan yang dikali adalah 4. Pada kenyataannya, Habibi tidak menjawab demikian. Hasil akhir yang didapat adalah  $46 = 24$ . Letak bilangan pengali dan bilangan yang dikalinya kurang tepat.

## **Method**

Penyebab terjadinya kesalahan pada aspek *method* adalah metode pembelajaran yang digunakan berfokus pada guru. Metode pembelajaran yang digunakan oleh guru di sekolah dasar kebanyakan adalah menggunakan metode ceramah yang berarti pembelajaran berfokus ke guru (*teacher center*). Pada saat pembelajaran ini, peserta didik hanya mendengar dan sebatas memahami sambil mencatat bagi yang memerlukan saja (Salay, 2019). Dilanjut oleh Salay bahwa telah dilakukan banyak modifikasi dari TCL (*teacher centered learning*) seperti mengkombinasikan ceramah dengan tanya jawab dan pemberian tugas, namun tetap saja hasilnya belum optimal. Dengan pembelajaran yang cenderung berfokus pada guru, siswa terbatas dalam mengeksplor pengetahuan mereka sendiri. Padahal apabila didasarkan pada pendapat Beswick & Goos (2018), dalam sebuah proses pembelajaran agar menjadi lebih menarik dan bisa mengembangkan pengetahuan siswa, maka siswa perlu terlibat secara aktif di dalamnya karena keterlibatan siswa itu sendiri sangat mempengaruhi pemahaman terkait materi yang sedang diajarkan.

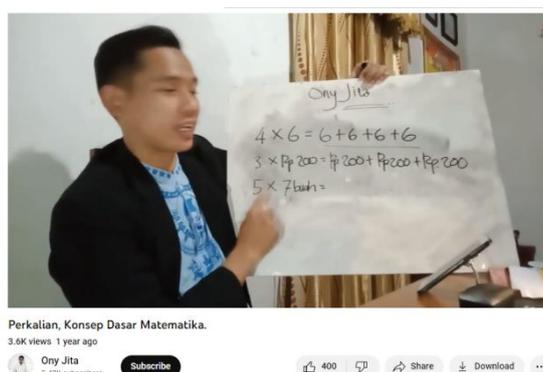
*Student Centered Learning* (SCL) berfokus pada bagaimana siswa turut berpartisipasi dengan belajar secara aktif selama proses pembelajaran berlangsung. *Student Centered Learning* (SCL) menuntut siswa untuk belajar secara aktif dan mandiri, sedangkan guru sebagai fasilitator dan pembimbing. Salay (2019) berpendapat bahwa belajar aktif itu adalah proses belajar mengajar yang menitikberatkan kepada keaktifan siswa secara fisik, intelektual, maupun emosional guna memperoleh hasil belajar yang maksimal. Dengan metode pembelajaran SCL, siswa dapat merasakan pembelajaran akan jadi lebih bermakna dan memiliki kesempatan yang luas untuk berpartisipasi, serta menumbuhkan suasana demokratis karena terjadi dialog dan diskusi antar siswa Salay (2019).

Berdasarkan penjelasan di atas, dapat disimpulkan bahwa metode pembelajaran yang diterapkan saat proses pembelajaran sangat berpengaruh bagi siswa. Sehingga, ketidakpahaman siswa tentang perkalian sebagai penjumlahan berulang dimungkinkan disebabkan oleh ketidaksesuaian metode pembelajaran yang digunakan, yang seharusnya siswa turut berperan aktif tetapi karena berfokus ke guru sehingga pembelajaran dirasa kurang efektif jika dibandingkan dengan *student centered learning*.

## **Material**

Penyebab terjadinya kesalahan pada aspek *material* adalah karena konsep diajarkan secara abstrak bukan konkret. Menurut Piaget (Marinda, 2020), terdapat tahap-tahap perkembangan kognitif anak. Tahap pertama adalah tahap sensori yang dialami oleh anak usia 0-2 tahun. Tahap kedua adalah tahap praoperasional yang dialami oleh anak usia 2-7 tahun. Tahap ketiga adalah tahap operasi konkret yang dialami oleh anak usia 7-11 tahun. Tahap keempat adalah tahap operasi yang dialami oleh seseorang yang berusia 11 tahun sampai dewasa.

Pada tingkat kognitif siswa kelas 2 SD, sebagai siswa yang diajarkan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, siswa masih mengaitkan pembelajaran secara konkret. Sebagaimana dijelaskan sebelumnya, hal ini didukung oleh pernyataan dari Piaget dimana anak usia 7-11 tahun atau disebut sebagai usia sekolah dasar belum memiliki kemampuan berpikir yang abstrak sehingga pembelajaran harus diajarkan secara konkret. Tetapi dalam proses pembelajarannya, terkadang guru tidak mengaitkan pengetahuan yang sedang dipelajari dengan hal konkret yang berhubungan. Masih ada guru yang menjelaskan langsung kepada konsep tanpa dikaitkan dengan hal konkret. Berikut ini adalah contoh guru yang mengajarkan konsep perkalian secara abstrak tanpa dikaitkan dengan hal yang konkret.



**Gambar 11.** Penjelasan Secara Abstrak  
Sumber: <https://youtu.be/sNq7oIFXqyk>

Pada tahap operasi konkret, siswa berpikir secara logis mengenai peristiwa-peristiwa yang konkret atau nyata dan mengklasifikasi benda-benda ke dalam bentuk lain. Jadi, ketika siswa dijelaskan sebuah konsep matematika yang abstrak seperti konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, siswa berkemungkinan besar akan kesulitan dan tidak memahami secara utuh tentang konsep tersebut.

### *Measurement*

Berdasarkan kasus sebelumnya, kakak Habibi menganggap bahwa apa yang dipahami oleh dirinya dan Habibi sudah benar. Dilihat dari tipe soal yang dikerjakan, merupakan soal uraian, memungkinkan siswa atau orang yang menyelesaikannya bebas dalam berkreasi dan mengembangkan pengetahuannya. Sejalan dengan yang disampaikan oleh Susongko (2010), bentuk tes uraian akan memberikan kebebasan kepada penempuh tes dalam mengekspresikan daya nalar yang dimilikinya, sehingga jawaban yang dihasilkan akan menunjukkan bagaimana penempuh tes berpikir secara kompleks. Disambung juga bahwa sistem penilaian untuk tes uraian dilakukan oleh seorang ahli atau yang berwenang sehingga bersifat subjektif. Dari penjelasan tersebut sudah tampak jelas bahwa memang ada kesubjektifan dalam menilai hasil pekerjaan Habibi. Kakak Habibi yang menganggap benar berdasarkan sifat komutatif dan guru yang menganggap salah berdasarkan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang.

### *Environment*

Aspek lingkungan mempengaruhi terjadinya kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang. Salah satu penyebabnya adalah apabila konsep yang dipahami oleh siswa, namun salah, tersebut dibiarkan secara terus menerus. Siswa dari awal sudah salah dalam memahami konsep perkalian. Namun karena tidak ada orang yang membenarkan (menegaskan), sehingga terus terjadi sampai ke jenjang pendidikan selanjutnya. Hal ini terjadi karena tidak semua siswa bisa mengutarakan apa yang ada di hatinya seperti ketidakpahaman terhadap sebuah materi. Berdasarkan platform AkuPintar, guru tidak boleh terburu-buru mengatakan bahwa salah satu atau dua siswa yang guru ajar di kelas tersebut malas atau bahkan bodoh hanya karena nilai yang diraih atau sikapnya saat belajar. Hal ini biasanya dikarenakan siswa tersebut merasa malu atau merasa takut. Jika dibiarkan, tentu saja siswa tersebut tidak akan dapat mencapai target pembelajaran dengan optimal. Hal ini berimbas ke pemahaman konsep matematika selanjutnya.

Selain itu, penyebab lain dari aspek lingkungan ini adalah apabila terdapat sumber bacaan/pengetahuan yang salah yang digunakan oleh siswa atau guru. Diambil dari contoh kasus Habibi sebelumnya, penyebab salahnya Habibi mengerjakan tugasnya adalah karena sumber pengetahuan (selain guru) yang dia punya, kakaknya, melakukan penerapan konsep perkalian yang salah. Sehingga siswa menjadi rancu dan bingung sebenarnya konsep yang benar itu adalah yang diajarkan orang terdekatnya atau gurunya.

Selain itu terdapat sumber bacaan yang salah dan menjadi kemungkinan bahwa siswa akan mengetahui pengetahuan dari sumber tersebut. Salah satu blogspot yang diposting pada tahun 2020 itu adalah salah satu contoh sumber yang salah tentang perkalian sebagai penjumlahan berulang.



**Gambar 12.** Sumber Bacaan Salah

Sumber: <https://tamanpustaka.com/materi-pelajaran/read/22/konsep-perkalian-dasar-untuk-sekolah-dasar-kelas-2>

Blog tersebut menjelaskan hal yang salah, dimana  $2 \times 3 = 3 \times 3 = 6$  atau  $2 \times 3 = 2 + 2 + 2 = 6$  adalah hal yang sama begitu pula soal-soal yang dijadikan sebagai latihan. Soal nomor 3 dan 4 akan menggiring siswa dalam berpikir dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang padahal hal itu salah. Sebagai contoh adalah soal nomor 3 dengan soal  $6 \times \dots = 6 + 6 = \dots$ , siswa pastinya akan menjawab  $6 \times 2 = 6 + 6 = 12$ . Padahal berdasarkan konsep perkalian dengan menjumlahkan bilangan secara berulang, hal itu adalah salah. Contoh sumber bacaan yang salah tersebut memungkinkan siswa salah dalam mengonstruksi konsep perkalian, sehingga patut untuk diwaspadai.

## Diskusi

Berdasarkan penyebab-penyebab terjadinya kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, maka terdapat beberapa solusi yang bisa dilakukan untuk mengatasi permasalahan tersebut yang ditinjau dari aspek *machine*, *man*, *method*, *material*, *measurement*, dan *environment*.

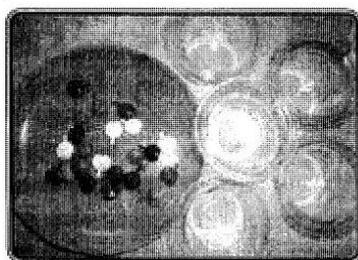
### *Solusi untuk Aspek Machine*

Solusi yang bisa dilakukan berdasarkan aspek *machine* adalah dengan menggunakan alat peraga yang nyata atau konkret dan dalam jumlah yang bisa dijangkau semua siswa. Menurut Piaget ([Marinda, 2020](#); [Norton, 2018](#); [Tzur & Lambert, 2011](#)), anak usia 7-11 tahun atau disebut sebagai usia sekolah dasar belum memiliki kemampuan berpikir yang abstrak. Sehingga dalam pembelajarannya, siswa menambah pengetahuan mereka dengan mengetahui operasi konkret melalui simbol-simbol matematika. Salah satu simbolnya adalah menerapkan konsep perkalian. Dengan media pembelajaran yang nyata, siswa bisa memahami konsep matematika yang 'abstrak' ke dalam konteks nyata sehingga mudah diterima oleh mereka.

Bruner juga mengatakan bahwa dalam proses belajar, anak sebaiknya diberi kesempatan untuk memanipulasi benda-benda (alat peraga). Bruner mengemukakan bahwa anak melewati tiga tahap dalam proses belajar matematika, yaitu: (1) tahap enaktif, (2) tahap ikonik, dan (3) tahap simbolik. Dalam tahap enaktif, anak terlibat secara langsung dalam memanipulasi (mengotak-atik) objek. Misalnya anak menghitung permen yang dibawanya. Pada tahap ikonik, anak mulai menggunakan gambaran dari objek. Misalnya permen diganti dengan gambar bulatan-bulatan saja. Pada tahap simbolik, anak mulai menggunakan notasi/simbol lambang. Misalnya lima buah permen diganti dengan notasi 5. Sehingga alat peraga memang sangat dibutuhkan dalam menunjang proses belajar mengajar.

Alat peraga atau media pembelajaran yang bisa digunakan dalam pembelajaran terkait konsep perkalian sebagai perkalian berulang adalah 'permainan mangkuk dan permen' yang dikemukakan oleh Indah et al. ([2020](#)). Permainan tersebut adalah alternatif dalam menanamkan konsep perkalian secara realistik. Dengan karakteristik siswa SD yang suka bermain sebagaimana disampaikan oleh Indah et al. ([2020](#)), alat peraga dalam bentuk permainan ini bisa meningkatkan motivasi siswa dalam belajar sehingga siswa akan lebih mudah dalam menerima materi yang sedang diajarkan.

Untuk penanaman konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang bisa menggunakan media atau alat peraga yang bernama "permainan mangkuk dan permen" ([Kurniati et al., 2022](#)). Adapun peralatan yang digunakan dalam media pembelajaran ini adalah cup agar-agar yang berfungsi sebagai mangkuk dan kancing atau biji-bijian wama-wami yang berfungsi sebagai permen. Dalam satu set alat peraga, terdapat 1 buah piring kecil, 20 buah biji-bijian warna-warni, dan 5 buah mangkuk agar-agar.



**Gambar 13.** Satu set alat peraga

Dalam penggunaan alat peraga ini dilengkapi dengan Lembar Kerja Peserta Didik. Penggunaan alat peraga dan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) secara bersama-sama, bertujuan agar siswa dapat mempelajari matematika secara bertahap, mulai dari tahap enaktif (konkret), ikonik (semi konkret), dan simbolik (abstrak), sebagaimana teori pembelajaran matematika dari Bruner.

Sebelum alat peraga digunakan, siswa dalam satu kelas dibagi menjadi beberapa kelompok belajar yang heterogen. Siswa dapat diajak untuk bekerja secara berkelompok, tiap

kelompok 2 siswa. Setiap kelompok diberi 1 piring kecil yang berisi 20 permen dan 5 buah mangkuk agar-agar. Permennya dapat diganti dengan biji-bijian atau kancing warna-warni.

Cara bermain menggunakan alat peraga tersebut adalah dengan masing-masing kelompok menyiapkan 3 mangkuk, kemudian masing-masing mangkuk diisi 4 permen. Lalu, guru bertanya: "Ada berapa permennya?" Dengan menggunakan tanya jawab, bimbing siswa agar memahami bahwa banyaknya permen adalah  $4 + 4 + 4 = 12$ . Kemudian bimbing agar siswa dapat memahami bahwa bentuk  $4 + 4 + 4$  memiliki arti yang sama dengan  $3 \times 4$ . Ulangi langkah tersebut beberapa kali sampai siswa paham. Karena nama permainannya "mangkuk dan permen" diharapkan siswa mudah untuk mengingat bahwa bentuk perkalian  $3 \times 4$  berarti "ada 3 mangkuk, tiap mangkuk isinya 4 permen".

Alat peraga ini bisa disediakan dalam jumlah yang banyak. Guru bisa menyiapkan alat peraga tersebut atau siswa sendiri yang membawa alat peraga tersebut karena mudah dijangkau dan ada di lingkungan sekitar siswa. Alat peraga yang disediakan harus memadai dan mampu menjangkau semua siswa yang ada di kelas. Sehingga yang memperagakan alat atau media pembelajarannya tidak hanya satu atau dua orang saja. Selain itu, alasan yang lain adalah untuk mempersingkat waktu sehingga waktu pembelajaran bisa digunakan untuk hal lain dan tidak hanya menunggu semua siswa mencoba media pembelajaran yang digunakan.

### ***Solusi untuk Aspek Man***

Solusi yang bisa dilakukan pada aspek *man* adalah guru menjelaskan konsep perkalian dengan hal yang konkret. Menurut Piaget ([Marinda, 2020](#)), terdapat tahap-tahap perkembangan kognitif anak. Tahap pertama adalah tahap sensori yang dialami oleh anak usia 0-2 tahun. Tahap kedua adalah tahap praoperasional yang dialami oleh anak usia 2-7 tahun. Tahap ketiga adalah tahap operasi konkret yang dialami oleh anak usia 7-11 tahun. Tahap keempat adalah tahap operasi yang dialami oleh seseorang yang berusia 11 tahun sampai dewasa. Tingkat kognitif siswa kelas 2 SD, sebagai siswa yang diajarkan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, adalah tahap operasi konkret. Siswa masih mengaitkan pembelajaran secara konkret.

Salah satu cara yang bisa digunakan adalah dengan mengajarkan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang dengan mengaitkannya dengan kehidupan sehari-hari. Sebagaimana dijelaskan pada subbagian lain, mengajarkan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang bisa dengan menggunakan media pembelajaran atau alat peraga yang konkret dan kontekstual, selain itu bisa dengan menggunakan metode pembelajaran yang melibatkan siswa secara aktif.

### ***Solusi untuk Aspek Method***

Pada aspek *method*, solusi yang bisa digunakan dalam mengatasi kesalahan siswa dalam memahami konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang adalah dengan menggunakan metode pembelajaran yang *student centered*. Penggunaan metode pembelajaran dengan *student centered learning* dinilai sangat efektif untuk diterapkan dalam proses pembelajaran sebagaimana disampaikan oleh Salay ([2019](#)). Salah satu model pembelajaran yang mendukung hal itu adalah model pembelajaran role playing yang cocok diterapkan untuk siswa yang masih berada di jenjang pendidikan sekolah dasar kelas rendah.

Model pembelajaran *role playing* adalah model pembelajaran sosial dimana menugaskan siswa untuk memerankan suatu tokoh yang ada dalam materi yang diungkapkan dalam bentuk cerita sederhana. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Rahayuningsih et al. ([2022](#)), didapat bahwa dengan menerapkan model pembelajaran role playing ini dapat meningkatkan pemahaman dan hasil belajar siswa. Apalagi pada usia tersebut, siswa sangat

menyukai permainan karena pada usia tersebut mereka masih dalam tahap mencerna berbagai hal yang ada disekitar mereka.

Pada kesempatan tersebut, guru juga akan membiarkan siswa mencoba sendiri konsep perkalian dengan alat peraga yang disediakan sebagaimana praktik permainan yang mereka perankan. Sehingga pembelajaran lebih bermakna.

### *Solusi untuk Aspek Material*

Berdasarkan definisi perkalian sebagai penjumlahan berulang yang disampaikan oleh Musser et al (2010) dalam bukunya yang berjudul “*Mathematics For Elementary Teachers*”,

#### **DEFINITION**

##### *Multiplication of Whole Numbers: Repeated-Addition Approach*

Let  $a$  and  $b$  be any whole numbers where  $a \neq 0$ . Then

$$ab = \underbrace{b + b + \dots + b}_{a \text{ addends}}$$

If  $a = 1$ , then  $ab = 1 \cdot b = b$ ; also  $0 \cdot b = 0$  for all  $b$ .

Definisi di atas memiliki arti bahwa perkalian dari bilangan cacah adalah penjumlahan berulang. Misalkan  $a$  dan  $b$  adalah sebarang bilangan cacah dimana  $a \neq 0$ . Maka,

$$a \times b = \underbrace{b + b + b + \dots + b}_{\text{menambahkan sebanyak } a}$$

Jika  $a = 1$ , maka  $ab = 1 \times b = b$ ; jika  $0 \times b = 0$  untuk sebarang  $b$ .

Definisi perkalian sebagai penjumlahan berulang sebagaimana dituliskan diatas hanya berlaku ketika  $a$  dan  $b$  adalah bilangan cacah. Sehingga apabila ada permasalahan dimana  $a$  atau  $b$  bukan bilangan cacah, misalnya bilangan bulat negatif, bilangan desimal, bilangan pecahan, dan sebagainya, definisi ini tidak bisa diterapkan.

Sedangkan menurut kamus Oxford, definisi perkalian adalah sebagai berikut.

“*Multiplication (of numbers): the multiplication of integers is defined by repeated addition, so  $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$  (and  $3 + 3 = 6$ )*”.

Definisi tersebut memiliki arti bahwa perkalian dari bilangan bulat didefinisikan sebagai penjumlahan berulang, jadi  $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$ .

Kedua definisi tersebut sama-sama menunjukkan definisi perkalian sebagai penjumlahan berulang. Namun, terdapat perbedaan dari dua definisi tersebut. Definisi pertama berlaku untuk bilangan cacah saja. Sedangkan definisi kedua berlaku untuk bilangan bulat. Semesta dalam definisi tersebut berbeda.

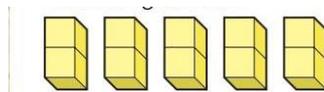
Definisi kedua menyatakan bahwa untuk perkalian bilangan bulat sebagai penjumlahan berulang,  $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$  (dan  $3 + 3 = 6$ ). Maksud dari pernyataan tersebut adalah apabila terdapat suatu kondisi yang tidak memungkinkan menggunakan perhitungan yang pertama, maka digunakan perhitungan yang kedua. Misalkan permasalahan yang diberikan adalah  $(-3) \times 2 = \dots$ , maka penyelesaiannya adalah  $(-3) \times 2 = (-3) + (-3) = -6$ . Perlu diperhatikan juga bahwa definisi dari kamus Oxford tersebut hanya pada perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan positif serta perkalian bilangan positif dengan bilangan negatif, tidak berlaku untuk bilangan negatif dengan bilangan negatif. Sehingga dalam membelajarkan konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang kepada siswa, guru harus memperhatikan definisi mana yang dipakai, semesta dari definisi yang dipakai, dan harus konsisten agar dalam kegiatan pembelajarannya siswa tidak kebingungan dalam memahami konsep. Konsep

perkalian berulang, menerapkan prinsip bahwa  $a \times b \neq b \times a$ , karena jika di konstruksikan kedalam bentuk geometri, wujudnya akan berbeda. Contoh penerapannya dalam soal adalah apabila disajikan sebuah pertanyaan sebagai berikut.

“Apakah bentuk geometri dari  $5 \times 2$  sama dengan bentuk geometri dari  $2 \times 5$ ?”

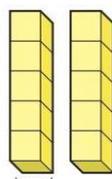
Jawaban dari pertanyaan tersebut adalah tidak sama.

a.  $5 \times 2 = 10$



**Gambar 14.** Representasi ke Bentuk Geometri

b.  $2 \times 5 = 10$



**Gambar 15.** Representasi ke Bentuk Geometri

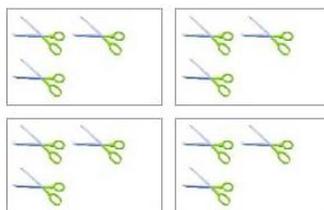
Jika dikaitkan dengan sifat distribusi penjumlahan terhadap perkalian, maka akan tampak perbedaannya. Misalkan disediakan sebuah permasalahan  $3 \times (2 + 5) = \dots$ . Untuk membuktikan bahwa proses penyelesaian masalah tersebut berbeda, maka dilakukan perhitungan sebagai berikut.

a.  $3 \times (2 + 5) = (2 + 5) + (2 + 5) + (2 + 5) = 21$

b.  $(2 + 5) \times 3 = 7 \times 3 = 7 + 7 + 7 = 21$

Pada penyelesaian pertama, perhitungan bisa langsung dilakukan dengan menjumlahkan bilangan yang dikali. Sedangkan pada penyelesaian yang kedua harus dilakukan perhitungan terlebih dahulu untuk bilangan pengalinya agar bilangan yang dikali bisa dijumlahkan. Dari penyelesaian tersebut terlihat bahwa dalam konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang, sifat komutatif dalam perkalian tidaklah berlaku.

Menurut Thompson et al. (2012), dalam konteks mengajarkan konsep kepada siswa bisa menggunakan teknik sebagai berikut.



**Gambar 16.** Permasalahan Kontekstual

Terdapat  $a$  kelompok, maka  $a = \dots$

Terdapat  $b$  gunting setiap kelompoknya, maka  $b = \dots$

Total ada  $c$  gunting, maka  $c = \dots$

Sehingga bisa dituliskan,

$$a \times b = c$$

$$\dots \times \dots = \dots$$

$$b + b + b + b = \dots$$

$$\dots + \dots + \dots + \dots = \dots$$

Berdasarkan Buku Panduan Guru Matematika Dasar untuk Sekolah Dasar Vol 2 yang diterbitkan oleh Kemdikbud, dijelaskan pula tentang bagaimana pembelajaran yang seharusnya dilakukan dalam menanamkan konsep perkalian. Salah satunya adalah sebagai berikut.

Banyaknya semua kue dapat dihitung dengan cara  
Ada 5 kotak, tiap kotak berisi 2 kue,  
maka semuanya ada 10 kue.  
Ditulis,  $5 \times 2 = 10$  dan dibaca,  
"Lima kali dua sama dengan sepuluh".

5 X 2 = 10

Banyaknya kotak      Banyaknya kue di tiap kotak      Banyaknya kue semuanya

Perhitungan seperti ini disebut perkalian.

Itu sama artinya dengan  $2+2+2+2+2$

3 Berapakah banyak semua biskuit pada gambar berikut ini?  
Menyatakan hubungan antara banyaknya benda dengan bentuk perkalian.

3 X 4 = 12

Banyaknya kantong      Banyaknya biskuit di tiap kantong      Banyaknya biskuit semuanya

Jika ada beberapa kelompok benda dan tiap kelompok berisi benda yang sama banyak, maka kita dapat menghitung banyaknya seluruh benda dengan menggunakan perkalian.

**Gambar 17.** Contoh Materi Yang Diajarkan

Contoh pengajaran konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang seperti diatas bisa digunakan dan memudahkan siswa dalam menafsir konsep perkalian sebagai penjumlahan berulang itu sendiri. Mereka akan memahami mana yang merupakan bilangan pengali dan mana yang merupakan bilangan yang dikali.

### ***Solusi untuk Aspek Measurement***

Penilaian dalam sebuah proses belajar sangatlah penting sebagai bahan evaluasi dalam belajar. Baik penilaian dari guru maupun orang-orang yang ada disekitar siswa. Dalam menilai, pihak yang menilai harus benar-benar memahami materi yang dipelajari oleh siswa. Jika bukan tenaga ahli, maka jangan sampai penilaian tersebut mengubah persepsi siswa terhadap suatu konsep. Untuk memastikan konsep yang dinilai apakah sudah benar atau belum bisa dilihat dari beberapa literatur baik yang berasal dari sekolah siswa atau literatur tambahan dari jurnal.

### ***Solusi untuk Aspek Environment***

Dalam belajar, seseorang tidak akan lepas dari lingkungan dimana seseorang tersebut tumbuh. Ada banyak orang-orang yang berkontribusi dalam proses belajar mereka, salah satunya adalah keluarga. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Engelbrecht et al. (2020), didapatkan bahwa orang tua memiliki peranan penting dalam proses belajar anak. Orang tua memiliki peranan sebagai motivator, fasilitator, bahkan guru. Sehingga dalam penerapannya, orang tua, atau keluarga yang lain memiliki peran besar dalam proses belajar anak. Apabila apa yang mereka ajarkan pada anak salah, kedepannya anak akan menerapkan hal yang salah juga. Dengan begitu, orang-orang terdekat anak harus berhati-hati dalam bertindak dan tetap menggunakan kebenaran yang ada.

Tidak dipungkiri peranan orang sekitar siswa dalam membelajarkan sebuah materi terbatas. Ada yang kondisi keluarganya tidak memungkinkan untuk melakukan hal tersebut seperti apabila orang tuanya tidak bisa baca dan tulis. Pada hasil penelitian yang dilakukan oleh *Education Endowment Foundation (EEF)* mengenai keterlibatan orang tua dalam proses pembelajaran siswa, dikatakan bahwa orang tua dan sekolah memiliki peranan penting dalam memaksimalkan proses pembelajaran, yaitu dengan adanya kolaborasi antara orang tua dan sekolah, membangun komunikasi yang baik, dan membangun program berkelanjutan. Dengan adanya hubungan yang baik dengan pihak sekolah, orang tua atau sanak keluarga bisa mengontrol perkembangan siswa melalui guru yang mengajar. Orang tua bisa menanyakan tentang hal-hal yang perlu ditingkatkan lagi atau hal-hal yang perlu dirubah. Dengan demikian, guru maupun orang tua bisa lebih memastikan lagi terkait pemahaman siswa dan bisa meminimalisir adanya kesalahan dalam memahami konsep materi yang diajarkan.

Memilih literatur yang tepat juga sangat penting untuk mendukung proses belajar. Referensi yang baik dan dapat dipercaya sangat diperlukan sebagai faktor pendukung dalam proses belajar. Beberapa indikator yang mengidentifikasi referensi tersebut bisa dikatakan baik, yaitu relevan mutakhir, dan benar. Referensi yang relevan adalah referensi yang dimaksud berhubungan erat dengan permasalahan yang akan dibahas. Referensi yang mutakhir adalah referensi terbaru, contohnya adalah referensi 5 tahun terakhir. Referensi yang benar adalah referensi yang ditulis sesuai dengan kaidah ilmiah serta gaya kutipan yang benar. Dengan memilih literatur yang tepat, siswa akan lebih memperdalam pengetahuannya dalam sebuah konsep yang sedang dipelajari. Orang sekitar yang ingin membantu siswa dalam memahami konsep pun bisa menggunakan literatur yang tepat sehingga meminimalisir adanya kesalahpahaman terkait sebuah konsep.

## Simpulan

Kesalahan siswa dalam memahami perkalian sebagai penjumlahan berulang disebabkan oleh beberapa aspek berdasarkan diagram *fishbone*, yaitu aspek *machine*, *man*, *method*, *material*, *measurement*, dan *environment*. Penyebab terjadinya kesalahan tersebut adalah karena tidak menggunakan alat peraga dalam menjelaskan konsep, jika menggunakan alat peraga biasanya jumlahnya minimum dan sulit diakses banyak siswa, kesalahan guru dalam menjelaskan konsep, siswa tidak bisa membedakan pengali dengan bilangan yang dikali, metode pembelajaran yang digunakan berfokus pada guru, konsep diajarkan secara abstrak bukan konkret, penilaian orang sekitar yang salah, kesalahan dibiarkan secara terus menerus, dan penggunaan sumber bacaan atau pengetahuan yang salah.

Penelitian ini memiliki keterbatasan, diantaranya adalah kajian penelitian terbatas di lingkup SD, solusi yang disajikan merupakan hasil meta analisis yang belum diujikan secara konkret teknis pelaksanaannya sehingga efektifitasnya belum dapat diukur, dan konsep yang dikaji terbatas pada perkalian. Rekomendasi untuk penelitiannya selanjutnya diperluas

kejenjang yang lebih tinggi pada konsep-konsep dasar bagi konsep lainnya. Selain itu, peneliti merekomendasikan untuk penelitian selanjutnya menerapkan solusi yang ditawarkan oleh penelitian ini sehingga hasilnya terukur secara akurat.

### Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan

### Referensi

- Arican, M. (2019). Preservice Mathematics Teachers' Understanding of and Abilities to Differentiate Proportional Relationships from Nonproportional Relationships. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(7), 1423–1443. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9931-x>
- Beswick, K., & Goos, M. (2018). Mathematics teacher educator knowledge: What do we know and where to from here? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(5), 417–427. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9416-4>
- Callingham, R., & Siemon, D. (2021). Connecting multiplicative thinking and mathematical reasoning in the middle years. *Journal of Mathematical Behavior*, 61(December 2020), 100837. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100837>
- Cheeseman, J., Downton, A., Roche, A., & Ferguson, S. (2020). Investigating young students' multiplicative thinking: The 12 little ducks problem. *Journal of Mathematical Behavior*, 60(September), 100817. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100817>
- Degrande, T., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2017). Spontaneous Focusing on Quantitative Relations: Towards a Characterization. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(4), 260–275. <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1365223>
- Denisse R. Thompson, Sharon L. Senk, & Gwendolyn J. Johnson. (2012). Opportunities to Learn Reasoning and Proof in High School Mathematics Textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(3), 253. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.43.3.0253>
- Ekayani, N. L. P. (2020). Pentingnya penggunaan media pembelajaran untuk meningkatkan prestasi belajar siswa. artikel Jurusan PGSD, fakultas ilmu pendidikan Universitas. *Jurnal Fakultas Pendidikan Ganেশha Singaraja*, 2(1).
- Engelbrecht, J., Llinares, S., & Borba, M. C. (2020). Transformation of the mathematics classroom with the internet. *ZDM - Mathematics Education*, 52(5), 825–841. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01176-4>
- Habibi, H., & Suparman, S. (2020). Literasi Matematika dalam Menyambut PISA 2021 Berdasarkan Kecakapan Abad 21. *JKPM (Jurnal Kajian Pendidikan Matematika)*, 6(1), 57. <https://doi.org/10.30998/jkpm.v6i1.8177>
- Hackenberg, A. J., Aydeniz, F., & Jones, R. (2021). Middle school students' construction of quantitative unknowns \*. *Journal of Mathematical Behavior*, 61(December 2020), 100832. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100832>
- Hu, X., Leung, F. K. S., & Teng, Y. (2018). The Influence of Culture on Students' Mathematics Achievement Across 51 Countries. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9899-6>
- Indah, P. J., Saputro, B. A., & Sundari, R. S. (2020). Analisis Kesulitan Belajar Operasi Hitung Perkalian dan Pembagian Pada Masa Pandemi (Covid-19) di Sekolah Dasar. *DIDAKTIKA: Jurnal Pendidikan Sekolah Dasar*, 3(2). <https://doi.org/10.21831/didaktika.v3i2.35479>
- Kobiela, M., & Lehrer, R. (2019). Supporting dynamic conceptions of area and its measure.

- Mathematical Thinking and Learning*, 21(3), 178–206. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1576000>
- Kurniati, N., Prabawanto, S., & Haeruddin. (2022). Analisis Kesalahan Siswa Kelas VII terhadap Konsep Perkalian Beserta Rekomendasi Desain Pembelajaran Konsep Perkalian. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 5(6).
- Magdalena, I., Fatakhatus Shodikoh, A., Pebrianti, A. R., Jannah, A. W., Susilawati, I., & Tangerang, U. M. (2021). pentingnya media pembelajaran untuk meningkatkan minat belajar siswa SDN Meruya Selatan 06 Pagi. In *EDISI : Jurnal Edukasi dan Sains* (Vol. 3, Issue 2).
- Marinda, L. (2020). Teori Perkembangan Kognitif Jean Piaget Dan Problematikanya Pada Anak Usia Sekolah Dasar. *An-Nisa' : Jurnal Kajian Perempuan Dan Keislaman*, 13(1). <https://doi.org/10.35719/annisa.v13i1.26>
- Maulana, I. M., Yaswinda, Y., & Nasution, N. (2020). Pengenalan Konsep Perkalian Menggunakan Media Rak Telur Rainbow pada Anak Usia Dini. *Jurnal Obsesi : Jurnal Pendidikan Anak Usia Dini*, 4(2). <https://doi.org/10.31004/obsesi.v4i2.370>
- Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (2011). *Mathematics For Elementary Teachers A Contemporary Approach* (Ninth Edit). John Wiley & Sons, Inc.
- Ningsih, I. W., Widodo, A., & Asrin, A. (2021). Urgensi kompetensi literasi digital dalam pembelajaran pada masa pandemi Covid-19. *Jurnal Inovasi Teknologi Pendidikan*, 8(2). <https://doi.org/10.21831/jitp.v8i1.35912>
- Norton, A. (2018). Frameworks for modeling students' mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 52(November 2017), 201–207. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.001>
- Peterson, E. G., & Cohen, J. (2019). A Case for Domain-Specific Curiosity in Mathematics. *Educational Psychology Review*, 31(4), 807–832. <https://doi.org/10.1007/s10648-019-09501-4>
- Rahayuningsih, S., Nurasarawati, N., & Nurhusain, M. (2022). Komparasi Efektivitas Model Pembelajaran Project Based Learning (PjBL) dan Konvensional: Studi Pada Siswa Menengah Pertama. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 2(2), 118–129.
- Rifanti, V. N., Nasaruddin, N., & Rosyidah, A. N. K. (2021). Analisis Pemahaman Konsep Dalam Menyelesaikan Operasi Hitung Perkalian Pada Siswa Kelas III Sd IT Samawa Cendekia. *Renjana Pendidikan Dasar*, 1(3).
- Salay, R. (2019). Perbedaan Motivasi Belajar Siswa yang Mendapatkan Teacher Centered Learning (TCL) Dengan Student Centered Learning (SCL). *Education*, 1(1), 1–12.
- Susongko, P. (2010). Perbandingan keefektifan bentuk tes uraian dan teslet dengan penerapan Graded Response Model (GRM). *Jurnal Penelitian Dan Evaluasi Pendidikan*, 14(2).
- Tzur, R., & Lambert, M. A. (2011). Intermediate Participatory Stages as Zone of Proximal Development Correlate in Constructing Counting-On: A Plausible Conceptual Source for Children's Transitory "Regress" to Counting-All. Source: *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(5), 418–450. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.5.0418>
- Whitacre, I., & Rumsey, C. (2020). The roles of tools and models in a prospective elementary teachers' developing understanding of multidigit multiplication. *Journal of Mathematical Behavior*, 60(February), 100816. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100816>