

Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Aljabar dan Geometri Ditinjau dari Learning Obstacle Epistemologis dan Ontogeni

Nadia Ulfa , Deva Musthofal Hamdi 

How to cite : Ulfa, N., & Hamdi, D. M. (2025). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Aljabar dan Geometri Ditinjau dari Learning Obstacle Epistemologis dan Ontogeni. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 5(2), 740–758. <https://doi.org/10.51574/kognitif.v5i2.3346>

To link to this article : <https://doi.org/10.51574/kognitif.v5i2.3346>



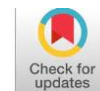
Opened Access Article



Published Online on 30 June 2025



Submit your paper to this journal



Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Aljabar dan Geometri Ditinjau dari Learning Obstacle Epistemologis dan Ontogeni

Nadia Ulfa^{1*} , Deva Musthofal Hamdi²

^{1,2}Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Pendidikan Indonesia

Article Info

Article history:

Received Mar 13, 2025

Accepted Jun 26, 2025

Published Online Jun 30, 2025

Keywords:

Algebra

Epistemological obstacles

Geometry

Learning obstacles

Ontogenical obstacles

Representative math

ABSTRAK

Transformasi pendidikan di Era Society 5.0 semakin nyata sampai saat ini belum ditemukan cara mutlak menghindari *learning obstacles*, terutama dalam pembelajaran matematika yang selama ini identik dengan hafalan prosedural. Tantangan mendasar semakin nyata dihadapi ketika berkaitan *learning obstacles* epistemik. Diakibatkan terbiasa berpikir intuitif yang tidak sesuai dengan struktur konseptual matematika formal. Riset ini dilakukan untuk menganalisis bentuk-bentuk epistemik hambatan belajar soal aljabar dan geometri serta bagaimana hal ini memengaruhi representasi dan pemahaman mereka. Kami menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan desain *cased study* serta melibatkan 43 mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika di salah satu perguruan tinggi negeri. Data diagnostik dikumpulkan dari hasil pengerjaan soal mahasiswa, lalu dianalisis secara tematik dengan representasi matematis. Kami menemukan bentuk-bentuk *learning obstacles* epistemik dan ontogeni, dari salah konsep dasar logaritma, bentuk aljabar, dan kedudukan bangun geometri akibat salah memilih representasi yang sesuai atau gagal merelasionalisasikan. Penyelesaian prosedural dilalui banyak mahasiswa tanpa paham prinsip secara mendalam. Selain itu, dibutuhkan intervensi didaktik yang tidak hanya menekankan pada latihan teknis, tetapi juga membangun kesadaran epistemologis. Agar mahasiswa dapat merefleksikan dan merekonstruksi pemahaman mereka. Lebih lanjut, dibutuhkan pengembangan desain pembelajaran yang berorientasi secara eksplisit pada perubahan cara berpikir konseptual sebagai respons terhadap kebutuhan pendidikan era Society 5.0.



This is an open access under the CC-BY-SA licence



Corresponding Author:

Nadia Ulfa,

Program Studi Pendidikan Matematika,

Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Universitas Pendidikan Indonesia,

Jl. Dr. Setiabudi No. 229, Kota Bandung, Jawa Barat, 40154, Indonesia

Email: nadiaulfa@upi.edu

Pendahuluan

Sebagai isu utama pendidikan matematika, hambatan belajar (*learning obstacles*) menjadi masalah utama pemahaman konseptual kalangan mahasiswa di perguruan tinggi. *Learning obstacles* tak hanya terjadi pada aspek konseptual, tetapi juga prosedural dan heuristik sebagaimana diungkapkan Radatz dan Olivier (Rößner et al., 2025). *Learning obstacles* yang dialami mahasiswa cenderung pragmatis dan tidak menyentuh akar epistemologis. UNESCO (2021) dalam “*Reimagining our futures together: A new social contract for education*” mengatakan bahwa tantangan pendidikan abad 21 hanya sekedar penguasaan konten (UNESCO, 2022). Padahal untuk membentuk mahasiswa yang berkembang dengan *deep understanding*, *critical thinking* dan kesadaran epistemik dibutuhkan rekonstruksi pemahaman. Pendekatan pragmatis mendasari pemahaman mereka, mengakibatkan dangkalnya pengetahuan yang diperoleh oleh mereka. Idealnya, mahasiswa berperan sebagai *epistemic agency* ditengah peran *social control* masyarakat. Akar masalah epistemologis ini menghadirkan tantangan kritis pada *learning obstacles* karena menyangkut kegagalan hubungan pengetahuan awal dan struktur ilmiah formal. Lebih lanjut UNESCO (2021) menekankan *epistemic justice* pada sistem pendidikan masa depan agar membongkar *prior conceptions* yang keliru (UNESCO, 2022).

Dalam proses pembelajaran matematika, mahasiswa tentunya tidak datang dengan pikiran yang kosong. *Prior conceptions* yang tidak sesuai tentunya akan memengaruhi bagaimana mereka memahami domain abstrak seperti aljabar dan geometri (Fardian et al., 2025). Aljabar yang dipandang sebagai gerbang pembelajaran matematika dan juga sebagai “*language of mathematics*” menjadi jembatan utama dalam proses berpikir abstrak dan generalisasi. Beberapa permasalahan muncul tak sedikit dalam domain ini, siswa dan mahasiswa banyak mengalami kesulitan dalam memahami makna simbol, variabel, dan manipulasi aljabar, bukan hanya karena kompleksitas prosedural tetapi juga karena miskonsepsi konseptual (Hamid, 2025; Silmi Juman et al., 2022; Ulfa et al., 2024).

Selain aljabar, geometri juga merupakan salah satu cabang utama dalam matematika yang memiliki posisi strategis dalam membentuk dasar berpikir logis, visual, dan spasial (Bambang Susilo & Sutarto, 2023; Nazarovich, 2024). Bagi mahasiswa calon guru matematika, kemampuan geometri tidak hanya penting sebagai kompetensi akademik, tetapi juga sebagai fondasi pedagogik dalam menyampaikan konsep-konsep matematika kepada peserta didik secara utuh dan bermakna. Mahasiswa calon guru matematika sering menghadapi berbagai permasalahan dalam konsep geometri, seperti kesulitan visualisasi spasial, miskonsepsi sifat bangun, ketergantungan pada gambar konkret, kelemahan dalam pembuktian logis, dan hambatan dalam representasi simbolik, yang berakar dari keterbatasan kognitif maupun hambatan epistemologis (Amalia, 2023; Arwadi et al., 2024).

Banyak dari mereka yang kesulitan mengenal jati diri mereka akibat tidak sadar pada peran dan posisi diri. Regulasi diri untuk memahami identitas dan tanggung jawabnya sebagai pelajar sebelum dimulai. Jika dibiarkan, akan memengaruhi minat belajar dan semangat menjalani studi perkuliahan. Diperlukan dukungan interaksi positif dalam penerapan regulasi metakognitif melalui kolaborasi dan komunikasi antar teman akan memperkuat proses belajar (Akib et al., 2025). Demi mempersiapkan keterampilan profesional menghadapi dunia kerja setelah menyelesaikan pendidikan formalnya. Hambatan-hambatan belajar mahasiswa diteliti dalam riset ini, khususnya pada aljabar dan geometri. Untuk mengoptimalkan pemahaman regulasi diri, bagaimana *learning obstacle* muncul dalam pembelajaran. Baik bersumber dari kesiapan kognitif, benturan konsep maupun pendekatan pembelajaran yang digunakan.

Brousseau & Warfield membedakan *learning obstacle* ke dalam tiga jenis yaitu *ontogenic obstacle* (terkait kesiapan mental belajar), *epistemological obstacle* (terkait pengetahuan siswa yang memiliki konteks aplikasi yang terbatas) dan *didactical obstacle* (terkait pengajaran

guru/sumber belajar) yang dapat terjadi dalam proses belajar (Brousseau & Warfield, 2014). *Learning obstacles* memperlebar kesenjangan antara mahasiswa dan keterlibatan materi matematika yang bermakna dan mendalam. Transformasi perspektif besar-besaran diperlukan dalam memadukan kepekaan epistemologis. Terlebih membayangkan tantangan masa depan era Society 5.0 dimana teknologi dan manusia beraktualisasi bersama. Kepekaan epistemologis sebaiknya menjadi visi sistem pendidikan agar mewujudkan generasi emas di setiap lingkup sektor. Hanya bisa terwujud bila mampu mengidentifikasi, menganalisis dan menyelesaikan rintangan pengetahuan tersembunyi pada mahasiswa. Mereka harus yakin bahwa *learning obstacles* bukan hanya masalah pedagogis yang dangkal, tapi juga secara prosedural, konseptual dan metakognitif (Stevenson et al., 2017). Transformasi paradigma epistemologis menjadi tantangan holistik, termasuk dalam *learning obstacles* matematika. Matematika saat ini menjadi sumber kecemasan dan disonansi kognitif ketika paham intuitif berbenturan dengan kurikulum sekolah. Hal tersebut diakibatkan oleh ketidaksesuaian struktural antara skema kognitif dan tuntutan epistemologis matematika. Cara menginisiasi *learning obstacles* epistemik ini, mahasiswa harus belajar adaptif dan reflektif secara mendalam.

Learning obstacles bukan masalah sepele yang dangkal dan bersifat teknis. Tetapi masalah fundamental yang berakar filosofis dan pragmatis. Suatu masalah yang melibatkan gagalnya pemahaman makna struktural dimana makna di balik setiap prosedur matematis. Pengetahuan harus dipahami sebagai metakonsepsi sebuah proses pembelajaran yang mempertanyakan asumsi dan merefleksikan pengetahuan awal. Tentang alasan dan makna dibalik setiap langkah matematis bisa salah dikerjakan secara mendalam. Agar didapatkan makna konsep-konsep baru secara mendalam. Proses pembelajaran mendalam menuntut mereka agar mempertanyakan asumsi secara aktif lalu merefleksi pengetahuan dan menghubungkannya dengan yang sedang dipelajari. Maka cara pikir terhadap masalah sangat menentukan peluang pemahaman mendalam dengan pendekatan reflektif. Disamping mereka harus adaptasi dengan keterampilan belajar agar terbiasa menghadapi ketidakpastian, kegagalan dan percaya diri. Lingkungan aman dan mendukung membawa transformasi refleksi ini, maka guru memicu rasa kritis sebagai bagian dari rekonstruksi pemahaman. Matematika bukan hanya berhitung, tapi seni berpikir logis, terstruktur dan bermakna untuk dunia dan masa depan (Isrokatun et al., 2020). Studi ini mendalami integrasi epistemologi dan ontogeni *obstacle* dalam mengidentifikasi, menganalisis dan merekonstruksi *learning obstacles* mahasiswa pada konsep aljabar dan geometri.

Bentuk-bentuk *learning obstacles* dalam aljabar dan geometri dapat didalami terintegrasi dengan pendekatan epistemologis dan ontogenik. Suatu riset didaktis pembelajaran matematika di perguruan tinggi negeri dengan menganalisis jawaban tes diagnostik dan observasi proses pembelajaran. Agar menemukan akar sumber permasalahan epistemological obstacles dari konsep intuitif yang tidak ilmiah (Hapidin et al., 2022; Karimaliana et al., 2023). Riset ini mengungkapkan adanya *ontogenical obstacles* dari lemahnya kesiapan kognitif. Kurangnya penguasaan konsep prasyarat mahasiswa dalam materi aljabar dan geometri menjadi kunci riset ini. Turut mengintegrasikan kesadaran epistemologis dan pendekatan didaktif reflektif untuk mendeteksi serta merekonstruksi miskonsepsi secara sistemik. Ditemukan mahasiswa tidak hanya mengalami kesalahan prosedural. Kesalahan konsep masih ditemukan. Mahasiswa menunjukkan pemahaman awal terhadap materi, mereka masih mengalami kesulitan mendasar. Terutama dalam memahami struktur konsep, terlihat dari berbagai kesalahan yang dialami mahasiswa. Seperti penggunaan sifat logaritma yang tidak tepat, kekeliruan menentukan kedudukan dua lingkaran, dan penyusunan persamaan parabola yang tidak sesuai dengan elemen geometrinya. Kesalahan-kesalahan ini menunjukkan kuatnya pengaruh pola pikir yang tidak sistematis dan reflektif. Karena tidak sesuai dengan konsep matematika.

Riset ini memberikan implikasi penting bagi pengembangan desain pembelajaran matematika, terutama dalam pendekatan dan strategi pembelajaran. Perlunya pendekatan yang mengakomodasi *diagnostic-based interventions* serta menciptakan *milieu* atau lingkungan belajar yang mampu mendorong *self-regulated learning*. Pendekatan pembelajaran yang menekankan refleksi, dialog konseptual serta visualisasi representasional menjadi sangat penting membentuk struktur pengetahuan yang tahan terhadap konflik kognitif. Agar materi aljabar dan geometri tak hanya dipahami sebagai materi ajar. Tetapi sebuah pintu masuk membangun keterampilan *mathematical thinking* dan literasi simbolik tingkat lanjut bagi mahasiswa. Riset ini fokus pada analisis mendalam terhadap *learning obstacles*. Turut menawarkan solusi melalui perpaduan pendekatan epistemologis, diagnostik dan teori situasi didaktis. Agar guru dapat memberi pengalaman belajar matematika yang tidak hanya reflektif dan bermakna agar mahasiswa siap menghadapi tantangan konseptual secara mandiri dan reflektif.

Metode

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan fokus pada analisis *learning obstacle* mahasiswa berdasarkan Teori Situasi Didaktik Brousseau (Puspito, 2021). Pendekatan kualitatif dipilih dikarenakan sesuai dengan tujuan peneliti yaitu memahami secara mendalam terkait *learning obstacle* mahasiswa dalam kondisi alami dan kontekstual dimana hal tersebut tidak akan selalu tampak secara kuantitatif. Studi ini melibatkan satu kelas yang terdiri dari 43 mahasiswa calon guru matematika dari salah satu Universitas Negeri. Seluruh subjek merupakan mahasiswa semester 4 dengan rata-rata usia 20 tahun. Peneliti mengumpulkan data primer melalui dua metode, diantaranya menggunakan observasi dan hasil tes mengenai konsep aljabar dan geometri. Observasi dipilih dengan tujuan untuk menangkap respon mahasiswa pada saat berdiskusi, sedangkan tes dipilih untuk menggali indikasi *learning obstacle* yang berasal dari kesalahan yang muncul pada saat mahasiswa mengerjakan soal tes secara individu.

Observasi dilakukan selama perkuliahan satu semester, terutama saat mahasiswa diberi kesempatan untuk memaparkan hasil dari proses pendalaman materi terkait konsep aljabar dan geometri secara berkelompok. Pada tahap ini, peneliti berperan sebagai pengamat yang secara sistematis mencatat dinamika pembelajaran, interaksi antar mahasiswa, dan intervensi dari dosen. Sedangkan tes diagnostik diberikan di akhir perkuliahan, terdiri dari soal-soal yang sudah divalidasi ahli dan disusun secara khusus untuk memicu munculnya *learning obstacle*. Studi ini tidak dimaksudkan untuk generalisasi statistik, melainkan sebagai unit penyelidikan fenomenologis untuk mengungkap arsitektur kognitif internal dari kesulitan belajar matematika sehingga indikator keberhasilan studi ini tidak hanya terletak pada pemetaan kesulitan belajar.

Analisis data dalam penelitian ini menggunakan tahapan analisis data kualitatif model Miles dan Huberman (dalam Gunawan (2013)) yang dibagi menjadi 3 tahap, diantaranya mereduksi data penelitian yang diperoleh, menganalisis dan menginterpretasikan keseluruhan data, dan penarikan serta verifikasi kesimpulan. Pada tahap reduksi data, peneliti memilah data hasil observasi dan tes yang selaras dengan tujuan penelitian, yaitu data yang menunjukkan indikasi kesalahan konseptual dan prosedural, kemudian data yang telah direduksi disusun dalam bentuk rubrik diagnostik ontogenik, epistemologis, dan didaktis (Umbara & Suryadi, 2019), dimana data disajikan dalam bentuk temuan-temuan kesalahan pada tes dan observasi, serta interpretasi yang mengungkapkan kesalahpahaman, kesalahan prosedural, atau kebingungan kognitif, selanjutnya masuk ke dalam tahap terakhir yaitu penarikan dan verifikasi kesimpulan dimana data yang telah direduksi dan disajikan selanjutnya diidentifikasi jenis dan penyebab *learning obstacle* pada konsep aljabar dan geometri.

Rubrik khusus yang disusun mencakup diagnostik tiga tingkat sebagaimana menurut Brousseau dan Suryadi (Sulistiawati et al., 2016). Mahasiswa yang masih berpikir intuitif dan abstrak mengindikasikan mereka masih bergulat dalam *epistemological obstacle*. Contoh kasusnya adalah ketika mahasiswa menganggap semua operasi komutatif seperti $a + b = b + a$ disamaratakan ke dalam konsep logaritma. Sementara mahasiswa yang masih bergulat pengalaman pembelajarannya yang kurang tepat mengindikasikan mereka mengalami *ontogenical obstacle*. Contoh kasus yang menggambarkan *ontogenical obstacle* adalah ketika mahasiswa belum siap berpikir secara abstrak karena terdapat tahapan kognitif yang belum matang. Sedangkan jika munculnya miskonsepsi mahasiswa akibat adanya kesalahan atau kekurangan dalam desain pembelajaran yang diberikan oleh guru/dosen ini termasuk ke dalam *didactical obstacle*. Contoh kasusnya adalah ketika guru/dosen hanya mengajarkan tahapan prosedural tanpa memperhatikan aspek konseptual. Hasilnya tidak digunakan sebagai nilai tetapi dianalisis dengan melihat cara berpikir, kumpulan kesalahpahaman, dan tanda-tanda bahwa mahasiswa calon guru matematika mengalami kesulitan mengatur pikiran mereka sendiri.

Hasil Penelitian dan Diskusi

Learning Obstacle Mahasiswa pada Konsep Aljabar

Hasil tes mahasiswa mengenai konsep aljabar menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa mengalami *learning obstacles* dalam materi ini. Berdasarkan analisis lembar jawaban tes dan hasil observasi, *learning obstacles* prosedural formal matematika banyak dilakukan. Beberapa mahasiswa tampak pragmatis, langsung melakukan transformasi bentuk tanpa menyederhanakan ekspresi aljabar. Padahal aljabar memiliki sifat-sifat yang berlaku, sehingga mengakibatkan jawaban yang dihasilkan mahasiswa menjadi tidak sah. Sekaligus menjadi tanda lemahnya keterlibatan metakognitif proses belajar karena fokus pada hasil akhir semata. Padahal mereka harusnya memahami proses berpikir, mereka kurang memiliki kesadaran diri. Ketika dikomparasikan dengan mahasiswa yang rata-rata berhasil, mereka memiliki strategi sendiri. Strategi ini dimiliki oleh setiap orang sesuai dengan potensi belajar mereka, disesuaikan dengan keunikannya. Seharusnya mereka dikenalkan dengan *Self-Regulated Learning* yang mengintegrasikan kesadaran, pemantauan strategi dan refleksi kontekstual (Rahman, 2025). Keterampilan SRL akan membuat mahasiswa mengenali kesalahan sendiri, menyesuaikan strategi belajar dan menetapkan tujuan SRL tak hanya menghindari kesalahan prosedural, tetapi membentuk pola pikir reflektif yang mendalam. Self regulation memperkuat intervensi pedagogis sekaligus menjembatani kesenjangan penguasaan prosedur dan konsep. Pembelajaran adaptif, bermakna dan berorientasi pada pemecahan masalah secara mandiri akan terwujud.

1. $\log_3 x + \log_3 (x-4) = 2$
 Tentukan Nilai x
 Penyelesaian:
 Diketahui $a^c = b \Leftrightarrow \log_a b = c$
 maka:
 $\log_3 x + \log_3 (x-4) = 2$
 $\Rightarrow \log_3 x + \log_3 (x-4) = \log_3 (3)^2$
 $\hookrightarrow x + x - 4 = 9$
 $\Leftrightarrow 2x - 4 = 9$
 $\Leftrightarrow 2x = 9 + 4$
 $\Leftrightarrow 2x = 13$
 $\Leftrightarrow x = \frac{13}{2}$

Gambar 1. Jawaban Mahasiswa 1 (M1) pada Soal dengan Konsep Aljabar

Berdasarkan [Gambar 1](#), pada soal $\log_3 x + \log_3 (x - 4) = 2$, mahasiswa 1 (M1) langsung melangkah ke transformasi bentuk yang tidak sah, yaitu menyamakan $x + x - 4 = 9$, tanpa terlebih dahulu menyederhanakan bentuk logaritma menggunakan sifat $\log_b a + \log_b c = \log_b (a \cdot c)$. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum memahami dengan benar konsep dasar logaritma. Jawaban yang benar seharusnya dimulai dengan menyederhanakan ruas kiri menjadi $\log_3 x + \log_3 (x - 4) = \log_3 (x(x - 4)) = 2$. Lalu ubah bentuk logaritma tersebut ke bentuk eksponensial $x(x - 4) = 3^2 = 9$. Sehingga diperoleh persamaan kuadrat $x^2 - 4x - 9 = 0$, yang diselesaikan menggunakan rumus kuadrat untuk mendapatkan nilai x .

Analisis terhadap jawaban M1 menunjukkan bahwa dia tidak menerapkan sifat-sifat logaritma dengan tepat sejak awal penyelesaian soal. Mahasiswa langsung melakukan transformasi bentuk yang tidak sah, seperti menyamakan ruas-ruas tanpa menyederhanakan bentuk logaritma sesuai sifat yang berlaku. Seharusnya, penyelesaian dimulai dengan menyederhanakan ruas kiri dan mengubah bentuk logaritma menjadi eksponensial. Sehingga diperoleh persamaan kuadrat yang dapat diselesaikan dengan rumus kuadratis untuk menemukan nilai variabel. Rendahnya self regulation disebabkan keterbatasan penguasaan konsep dan berpikir reflektif. Idealnya, proses berpikir diatur secara mandiri dengan menyusun strategi, memantau langkah-langkah serta mengevaluasi terhadap prinsip. Kegagalan M1 dalam mengenali penyederhanaan awal dan memilih prosedur yang tepat. Untuk mengindikasikan lemahnya komponen metakognitif dalam regulasi diri terutama dalam perencanaan dan evaluasi. Bukan hanya kekeliruan prosedural, tetapi kesalahan pola pikir maka dapat diinisiasi dengan control proses berpikir dan kesadaran terhadap struktur formal matematika. Pendekatan SRL sebagai strategi intervensi efektif mendorong mahasiswa, agar membangun pola pikir kokoh ([Hidayati & Thompson, 2025](#)). Untuk membangun pemahaman konseptual dan mampu menyelesaikan persoalan non-rutin secara mandiri dan bermakna.

Berdasarkan hasil observasi, mahasiswa tersebut merupakan mahasiswa yang mengkaji materi terkait logaritma dan telah mempresentasikan dengan baik kepada teman-teman sekelasnya, akan tetapi kemampuan presentasi yang baik ternyata tidak menjamin terbentuknya pemahaman yang baik pada substansi materi yang telah ia sampaikan, hal ini terbukti dengan munculnya kesalahan pada lembar jawaban tes mengenai kurang tepatnya penggunaan sifat logaritma. Penguasaan materi memang tidak selalu linier dengan kemampuan memahami konsep atau ditransfer ke bentuk pemecahan masalah ([Kind & Chan, 2019](#)). Mahasiswa bisa

menunjukkan performa prosedural yang baik secara verbal atau presentatif tapi belum paham relasional (*relational understanding*) (Herheim, 2023). Mereka mendapat ilusi metakognitif, yang merasa telah memahami materi karena mampu menjelaskan atau mempresentasikan. Padahal kemampuan tersebut bisa bersifat superfisial dan tidak mencerminkan pemahaman mendalam (Sjuts, 2025).

Mahasiswa sepertinya sudah menguasai bentuk-bentuk simbolik, hanya saja masih mengalami kesulitan dalam menafsirkan makna dan syarat penggunaan sifat-sifat logaritma secara tepat. Hasil temuan ini mengindikasikan munculnya *epistemological obstacle* karena keliru memahami konsep baru. Mereka cenderung menyelesaikan persamaan logaritma dengan pendekatan aljabar umum tanpa mempertimbangkan sifatnya. Mahasiswa diyakini terpengaruh oleh pembelajaran sebelumnya yang menekankan prosedur aljabar daripada pemahaman konseptual terhadap logaritma. Lemahnya kontrol metakognitif terutama aspek reflektif menjadi masalah utama mahasiswa menilai strategi belajar. Transformasi keutuhan konseptual (*conceptual change*) mensyaratkan adanya ketidakpuasan pemahaman awal serta kejelasan, kelayakan dan kegunaan dari konsep baru yang dipelajari (Mejeh & Grieder, 2025). Apabila dibiarkan akan memperburuk kendali metakognitif yang diperlukam untuk memperbaiki pola pikir. Model SRL dapat menjadi pendekatan strategis karena membantu mahasiswa dalam membantu pemantauan kesesuaian strategi dengan karakteristik soal, mengkaji ulang akuratnya dan penyesuaian pendekatan. Untuk menyusun pengetahuan baru dengan kesadaran epistemologis bukan sekedar mengganti simbol tanpa paham struktur dan maknanya.

Analisis terhadap jawaban mahasiswa menunjukkan bahwa mereka kesulitan mengaitkan konsep dengan ketelitian prosedural. Awal pengerjaan soal sudah dikerjakan dengan tepat dengan menerapkan sifat-sifat logaritma. Hanya saja mahasiswa mengalami kesalahan dalam manipulasi bentuk persamaan karena salah perhitungan rumus kuadratis. Indikasi ini menandakan mahasiswa lemah dalam fase monitoring dan self-evaluation karena belum bisa mandiri mengoreksi langkah prosedural. Kelemahan ini menjadi penghambat utama proses internalisasi pengerjaan soal yang tak hanya memerlukan pengetahuan, tapi juga keterampilan. Intervensi pedagogis berbasis SRL harus memfasilitasi mahasiswa dalam merefleksi dan mengoreksi kesalahan teknis sekalipun. Dari segi didaktis, terjadi kegagalan transposisi seharusnya menghubungkan situasi adidaktik dengan penguasaan struktur matematika formal (Jamilah et al., 2020). Mahasiswa seolah paham konsep tapi belum terlatih dalam situasi adidaktik yang menuntut ketelitian dan pemecahan masalah. Integrasi epistemologis antara analisis learning obstacles dan desain intervensi didaktis berbasis SRL. Intervensi ini diarahkan untuk membentuk *epistemological awareness* sebagai jembatan antara intuisi, prosedur, dan refleksi strategis.

Kesalahan ini mencerminkan adanya ontogenical obstacle. Hambatan yang berkaitan dengan kesiapan kognitif mahasiswa dalam menjalankan prosedur aljabar dengan tepat. Meskipun pemahaman konseptual terhadap logaritma sudah terbentuk. Mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam aspek ketelitian prosedural. Hambatan ini menunjukkan bahwa penguasaan konsep tidak selalu diikuti dengan kemampuan teknis yang matang. Terutama dalam konteks aljabar kuadrat yang menuntut kehati-hatian dan konsistensi perhitungan. Kelemahan konteks ini berada pada fase self-control dan self-reflection karena belum mengelola proses berpikir dalam menyelesaikan soal. Keterampilan memantau dan menyesuaikan strategi belajar ketika menghadapi tantangan kognitif. Ketiadaan evaluasi mandiri terhadap akurasi perhitungan jadi penghambat utama pencapaian hasil kali ini. Keterampilan kognitif tanpa dukungan metakognisi membuat mahasiswa rentan pada kesalahan teknis yang sebenarnya dapat dihindari. Mahasiswa belum ditempatkan dalam kondisi belajar yang membangun otonomi berpikir. Diperlukan kontrol internal atas langkah-langkah

penyelesaian matematika. Integrasi antara diagnosis ontogenik dan desain belajar berbasis SRL yang selaras dengan prinsip *didactical contract* (Goldowsky & Rencic, 2023). Tak hanya memperkuat penguasaan teknis melalui latihan prosedural. Tapi juga menanamkan kesadaran epistemologis dan daya refleksi agar mahasiswa tumbuh adaptif dan kritis.

Handwritten student solution for a logarithmic equation problem. The student starts with the given equation $\log_3 x + \log_3 (x-4) = 2$ and uses the product rule for logarithms to combine it into $\log_3 (x(x-4)) = 2$. This is then simplified to $\log_3 (x^2 - 4x) = 2$. The student incorrectly removes the logarithm to get $x^2 - 4x = 2$, which is circled. This is then rearranged to $x^2 - 2x = 0$, factored into $(x+2)(x-1) = 0$, and solved to give $x_1 = -2$ and $x_2 = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Diketahui sebuah persamaan } \log_3 x + \log_3 (x-4) &= 2 \\ \text{memenuhi persamaan tsb.} \\ \text{Jawab :} \\ \Rightarrow \log_3 x + \log_3 (x-4) &= 2 \\ \log_3 (x)(x-4) &= 2 \\ \log_3 (x^2 - 4x) &= 2 \\ x^2 - 4x &= 2 \\ x^2 - 2x &= 0 \\ (x+2)(x-1) &= 0 \\ x_1 = -2 \quad \vee \quad x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Gambar 2. Jawaban Mahasiswa 2 (M2) pada Soal dengan Konsep Aljabar

Berdasarkan jawaban yang ditampilkan, mahasiswa 2 (M2) telah menggunakan sifat logaritma dengan tepat pada langkah awal, yaitu menyederhanakan $\log_3 x + \log_3 (x-4)$ menjadi $\log_3 (x(x-4))$. Namun, ia melakukan kesalahan dalam mengubah bentuk logaritma di mana $\log_3 (x^2 - 4x) = 2$ menjadi $x^2 - 4x = 2$. Selanjutnya, terdapat kesalahan aljabar dalam manipulasi bentuk $x^2 - 4x = 2$, mahasiswa menuliskan menjadi $x^2 - 2x = 0$, yang jelas merupakan kesalahan dalam melakukan manipulasi aljabar. Tak hanya itu, mahasiswa juga melakukan kesalahan pada saat mencari akar dari persamaan kuadrat.

Kesalahan-kesalahan tersebut mencerminkan adanya *ontogenic obstacle*, yaitu hambatan yang berkaitan dengan perkembangan atau kesiapan kognitif mahasiswa dalam memahami dan melakukan prosedur matematis. Mahasiswa terlihat telah memahami konsep logaritma secara konseptual, namun kesulitan dalam melakukan prosedur aljabar secara tepat dan teliti. Hambatan ini sering kali terjadi ketika mahasiswa tidak cukup terlatih dalam menyelesaikan bentuk kuadrat atau belum mampu mengaitkan konsep dengan ketelitian prosedural yang dibutuhkan. Kemampuan siswa masih lemah pada tahap *performance control* dan *self-monitoring* karena strategi internal belum terlihat. Langkah-langkah prosedural kritis seperti verifikasi hasil perhitungan, validasi bentuk akhir atau pengujian logis terhadap solusi. SRL menekankan kesadaran diri dalam berpikir termasuk kemampuan mengenali kekeliruan dan memperbaikinya secara mandiri. Situasi ideal adidaktik belum terwujud karena kondisi mahasiswa belum mandiri dalam eksplorasi dan pengujian ide matematika tanpa intervensi. Mahasiswa masih berpusat pada pemaparan konsep tanpa memberi ruang latihan. Mahasiswa cenderung mengembangkan pemahaman yang tidak utuh dan prosedural yang lemah. Sehingga diperlukan kerangka pembelajaran epistemological *scaffolding* yang menjembatani konsep formal dengan kesiapan kognitif (Hendriyanto et al., 2024). Perlu memperbanyak latihan representasional, pemicu refleksi, dan pelatihan evaluasi mandiri. Penguatan ketelitian prosedural tak hanya dicapai melalui pengulangan mekanis, tetapi melalui kesadaran regulasi diri.

1. ① $2 \log x + 3 \log (x-4) = 2$
 $\Rightarrow 2 \log x + 3 \log (x-4) = 3 \log 3^2$
 $\Rightarrow 2 \log x(x-4) = 3 \log 3^2$
 $\Rightarrow x^2 - 4x = 9$ *mencari nilai
 $\Rightarrow x^2 - 4x - 9 = 0$ # substitusi x_1
 $x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(-9)}}{2(1)}$ $x^2 - 4x - 9 = 0$
 $= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 36}}{2(1)}$ $(8 + \sqrt{52})^2 - 4(8 + \sqrt{52})$
 $= \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2(1)}$ $64 + 16\sqrt{52} + 52$
 $= 16 \pm \sqrt{13 + 36}$ $75 + 12\sqrt{5}$
 $= 8 \pm \sqrt{52}$
 $x_1 = 8 + \sqrt{52} \quad \vee \quad x_2 = 8 - \sqrt{52}$

Gambar 3. Jawaban Mahasiswa 3 (M3) pada Soal dengan Konsep Aljabar

Pada tahap awal pengerjaan, mahasiswa 3 (M3) sudah tepat melakukannya. Penerapan sifat logaritma sudah dilakukan dengan baik hingga terbentuk suatu persamaan kuadrat menjadi $x^2 - 4x - 9 = 0$, hanya saja pada tahap selanjutnya dia melakukan kesalahan dimana dia menggunakan rumus kuadratis yang kurang tepat ketika mencari akar-akar persamaan kuadrat. Analisis terhadap jawaban mahasiswa menunjukkan bahwa mereka kesulitan mengaitkan konsep dengan ketelitian prosedural. Awal pengerjaan soal sudah dikerjakan dengan tepat dengan menerapkan sifat-sifat logaritma. Hanya saja mahasiswa mengalami kesalahan dalam manipulasi bentuk persamaan karena salah perhitungan rumus kuadratis.

Kesalahan ini mencerminkan adanya *ontogenical obstacle*. Hambatan yang berkaitan dengan kesiapan kognitif mahasiswa dalam menjalankan prosedur aljabar dengan tepat. Meskipun pemahaman konseptual terhadap logaritma sudah terbentuk. Mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam aspek ketelitian prosedural. Hambatan ini menunjukkan bahwa penguasaan konsep tidak selalu diikuti dengan kemampuan teknis yang matang (Betts, 2019). Terutama dalam konteks aljabar kuadrat yang menuntut kehati-hatian dan konsistensi perhitungan.

Dik:
 7. 1 gelas jus tanpa topping = Rp 10.000,00
 setiap tambahan topping buah dikenakan biaya Rp 2.000,00
 a. Tentukan fungsi f yg memodelkan harga satu gelas jus dengan x topping tambahan.
 $f(x) = 10.000x$
 b. Tentukan invers dari fungsi f ? Apa makna dr invers fungsi tsbt?
 $f'(x) = \frac{1}{10.000x}$ (7)

Gambar 4. Jawaban Mahasiswa 4 (M4) pada Soal dengan Konsep Aljabar

Berdasarkan jawaban Mahasiswa 4 (M4) pada [Gambar 4](#), dapat dilihat bahwa mahasiswa belum mampu mengubah konteks pada soal cerita menjadi model matematika. Soal tersebut mengatakan bahwa harga jus sebesar Rp10.000,00 sedangkan harga topping sebesar Rp2.000,00. Fungsi yang tepat seharusnya berbentuk $f(x) = 10.000 + 2.000x$. sedangkan pada jawaban siswa fungsi yang terbentuk adalah $f(x) = 10.000x$ sehingga mahasiswa tidak mempertimbangkan harga dasar jus dan topping dengan tepat.

Hal ini menggambarkan bahwa mahasiswa belum mampu dalam mengartikan unsur-unsur pada aljabar seperti kedudukan koefisien, konstanta dan variabel. Di mana kemampuan tersebut seharusnya sudah dikuasai oleh mahasiswa sejak di sekolah menengah, hal ini termasuk ke dalam jenis hambatan ontogenik (*ontogenical obstacle*). Karena mahasiswa terhambat pada konsep prasyarat kemampuan model aljabar dari soal cerita yang diberikan. Berimbas pada munculnya kekeliruan pada saat mempelajari konsep baru yang saling berkesinambungan antara materi yang satu dengan yang lainnya. Keterbatasan perkembangan kognitif konsep dasar akan mengganggu akomodasi konsep-konsep baru. Masalah ontogeni berkembang tidak hanya karena prosedural tapi juga lemahnya kognitif dasar ([Benítez-Burraco, 2025](#); [Wahyuni et al., 2025](#)). Maka perlu intervensi pembelajaran yang merekonstruksi pemahaman fundamental mahasiswa terkait unsur-unsur aljabar. Karena terdapat keterbatasan kemampuan fase forethought karena tidak mampu mengidentifikasi apa yang sudah diketahui dan apa yang harus dilakukan. Regulasi diri dalam memahami konteks soal menjadi terhambat sehingga pemrosesan informasi dan evaluasi hasil menjadi tidak optimal. Mahasiswa terpapar pada milieu (lingkungan belajar) yang memicu konfrontasi kognitif terhadap miskonsep ([Suryadi & Turmudi, 2023](#)). Diperlukan diagnostic-based epistemological intervention tentang diagnosis kesalahan teknis, menelusuri dan membongkar miskonsep ontogenik. Intervensi berbasis refleksi diri, pemetaan pengetahuan awal, serta rekonstruksi makna simbol dan struktur aljabar. Mahasiswa didorong agar memahami logika soalnya ([Ulfa et al., 2021](#)), agar membentuk *lifelong learner*. Fokus pada pelacakan akar penyebab miskonsep ontogenik, mulai dengan refleksi diri, pemetaan pengetahuan awal, dan rekonstruksi makna simbol dan struktur aljabar.

M3 melakukan kesalahan dalam operasi bentuk akar, sehingga hasil akhirnya menjadi tidak tepat. Soal 4b mahasiswa diminta menentukan fungsi invers dari fungsi $f(x) = 10.000 + 2.000x$. Meskipun telah menukar posisi x dan y , mahasiswa tidak menyelesaikan langkah-langkah aljabar. Untuk mengisolasi y , dan menuliskan $f^{-1}(x) = 10.000 + 2000y$, yang seharusnya $f^{-1}(x) = \frac{x-10.000}{2.000}$. Pertimbangan atas karakter khusus fungsi logaritma atau proses invers diperlukan agar mereka terlepas dari pergulatan epistemologi obstacles. Selain itu, upaya mahasiswa memanipulasi akar kuadrat mencerminkan ontogeni obstacle, karena berkaitan kesiapan kognitif-prosedural. Ada jembatan antara paham konsep dan teknis diperlukan banyak latihan untuk para mahasiswa, termasuk dalam soal aljabar dan logaritma.

(4.) a) $f(x) = 10.000 + 2.000x$
 dengan $f(x)$ = harga sat gelas jus dan x = topping

b) mencari invers,
 $y = 10.000 + 2.000x$
 $x = 10.000 + 2.000y$
 $f^{-1}(x) = 10.000 + 2.000y$

c) $f(x) = 10.000 + 2.000x$
 $18.000 = 10.000 + 2.000x$
 $\Rightarrow 8.000 = 2.000x$
 $\Rightarrow x = 4$

makna dr invers yaitu, kita dapat mengetahui harga jus untuk sat toppingnya. Sehingga Rp12.000,-

$\therefore$ topping yg ia beli sebanyak 4.

Gambar 5. Jawaban Mahasiswa 5 (M5) pada Soal dengan Konsep Aljabar

Sama seperti sebelumnya, awal pengerjaan kuadrat mahasiswa benar yaitu $x^2 - 4x = 9$. Terjadi kesalahan operasi bentuk akar karena menuliskan hasil akhir $8 \pm \sqrt{52}$, padahal rumus kuadrat standar memberikan hasil:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 36}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2} = 2 \pm \sqrt{13}$$

Diperlukan pertimbangan karakteristik khusus logaritma dalam sifat aljabar biasa, seperti mengalikan seluruh ruas dengan konstanta. Apabila dibiarkan siswa akan tetap bergulat dalam epistemologi obstacle. Pemahaman mendalam memanipulasi bentuk logaritmik diperlukan agar mahasiswa tidak salah dalam menghitung akar dan kuadrat. Pemahaman mendalam ini dapat menjadi solusi agar terlepas dari pergulatan ontogeni. Diiringi dengan banyaknya latihan menyelesaikan bentuk akar kuadrat secara teliti. Mahasiswa yang belum mampu mentransformasi prosedur simbolik menjadi objek konseptual yang utuh akan sulit berpindah dari operasi manipulative ke pemahaman struktural (Okafor, 2025). Diperlukan intervensi pembelajaran yang menekan pada *structural understanding* bukan hanya prosedural. Berbeda dengan simbol dengan makna visualisasi, latihan berulang menyelesaikan bentuk akar dan logaritma akan menguatkan paham teknis. Sebagai proses internalisasi makna matematis *conceptual embodiment* yang membangun paham konsep secara bertahap dan reflektif (Wei et al., 2025). Pembangunan makna dapat dilakukan melalui grafik, eksplorasi sifat logaritma secara konkret, dan diskusi konseptual. Pembelajaran di kelas harus menekan koneksi makna dan praktik logaritma secara spasial dan intuitif. Agar mahasiswa lebih siap menghindari *ontogeni obstacle* dengan berpikir fleksibel. Jika mahasiswa tidak dibekali kemampuan berpikir reflektif akan terjebak prosedural dangkal. Seperti dalam pengerjaan soal ini mahasiswa mengalami kelemahan dalam *performance control* dan *self reflection* karena tidak biasa mengevaluasi akurasi solusi atau strategi ketika gagal dalam *self-correction* (Xiong et al., 2023). Pembelajaran logaritma tak cukup disampaikan latihan prosedural, tapi juga harus tumbuhkan *metacognitive awareness*. Salah satu upaya yang dapat diterapkan melalui peran milieu untuk merangsang keaktifan dengan konflik kognitif. Lalu bangun situasi didaktik dengan menuntut mereka membandingkan hasil prosedural dengan struktur logika logaritma (Fardian et al., 2025). Instruksi yang diberikan harus menciptakan didactical contract agar mendorong tak hanya patuh prosedur. Tapi juga menyelidiki validitas dan makna dari prosedur. Tak hanya korektif tapi juga transformatif dalam merekonstruksi pengetahuan mereka. Dengan melibatkan aktif dalam menghubungkan simbol, makna konseptual dan representasi visual. Proses ini diambil dari integrasi antara epistemological intervention dan *self-regulated learning-based didactics*.

Learning Obstacle Mahasiswa pada Konsep Geometri

3. titik puncak $\rightarrow (4, -2)$
titik fokus $\rightarrow (4, 0)$
Karena parabola terbuka ke atas, maka pers. nya adalah :
 $x^2 = 4py$
dgn p adalah sebagai berikut.
dari titik fokus kita peroleh :
 $c + p = 4$
 $2 + p = 4$
 $p = 2$

Gambar 6. Jawaban Mahasiswa 6 (M6) pada Soal dengan Konsep Geometri

Bentuk parabola sumbu horizontal dan titik puncak $(0, 0)$ kurang tepat, karena tidak dimasukkannya koordinat titik puncak ke persamaan parabola. Mahasiswa justru langsung menuliskan $x^2 = 8y$ tanpa melakukan translasi berdasarkan titik puncak. Padahal, untuk parabola dengan sumbu vertikal dan titik puncak (h, k) , bentuk umumnya $(x - h)^2 = 4p(y - k)$. Dengan nilai (jarak dari puncak ke fokus) dan puncak di $(4, -2)$, maka persamaan parabola yang benar adalah $(x - 2)^2 = 8(y + 2)$. Kesalahan persamaan parabola termasuk indikasi hambatan epistemologi. Karena ketidakpahaman posisi puncak yang mempengaruhi bentuk persamaan. Mahasiswa cenderung menghafal rumus tanpa paham makna. Hanya bisa diatasi latihan visualisasi grafik parabola dan menyusun persamaan berdasarkan arah buka dan letak puncak variatif.

$\bar{x} \approx 13$

3). Sebuah parabola memiliki titik puncak $(4, -2)$ dan titik fokus $(4, 0)$. Tentukan persamaan parabola tersebut!

Jawab
 $(x - h)^2 + (y - k)^2 = 0$
 $x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 = 0$
 $x^2 - 2xy + h^2 + k^2 - 2hx - 2ky = 0$
 $x^2 - 2y^2 + 4^2 + (-2)^2 - 2(4)x - 2(-2)y = 0$
 $x^2 - 2y^2 + 16 + 4 - 8x + 4y = 0$

Gambar 7. Jawaban Mahasiswa 7 (M7) pada Soal dengan Konsep Geometri

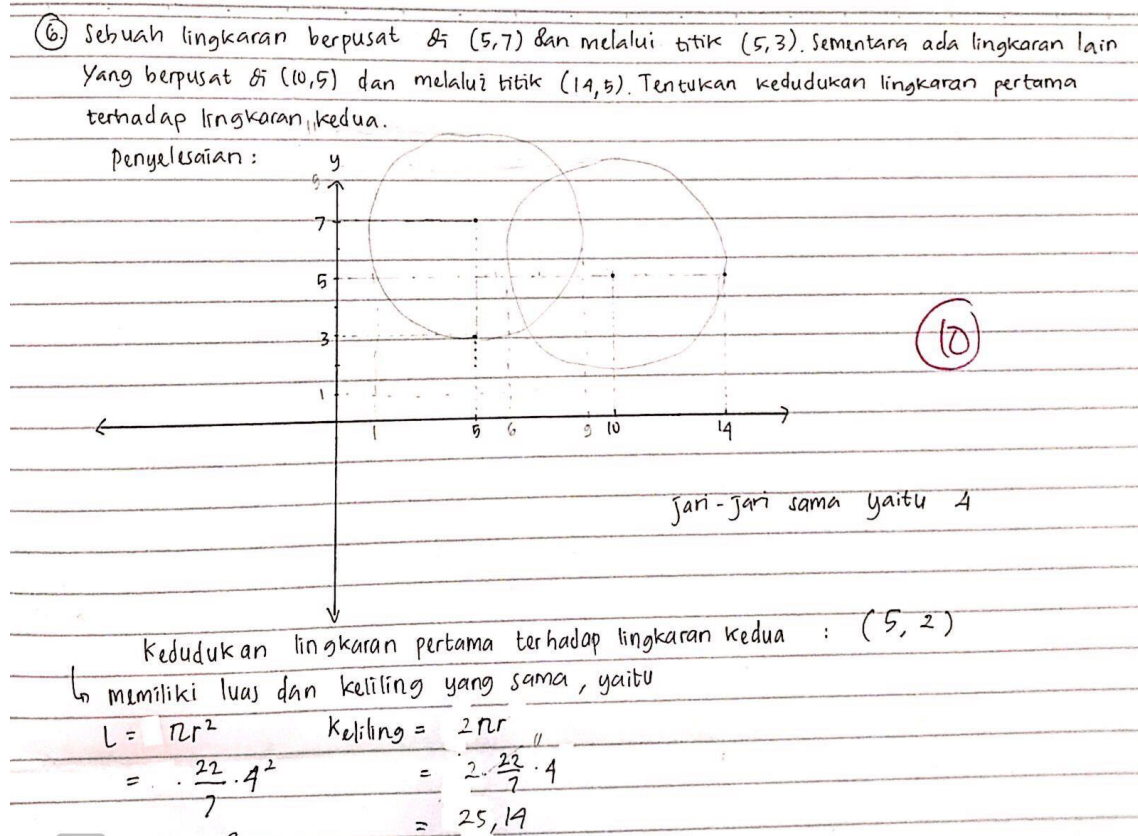
Dapat dilihat pada **Gambar 7**, ditemukan ketidakrelevanan konteks persamaan parabola ditemukan dengan memulai bentuk persamaan lingkaran. Pusatnya (h, k) dan jari-jarinya nol, yakni $(x - h)^2 + (y - k)^2 = 0$. Puncak parabola berada di titik $(4, -2)$ dan fokusnya di $(4, 0)$, yang berarti sumbu simetri parabola sejajar sumbu (vertikal). Maka, bentuk umum persamaan parabolanya adalah $(x - h)^2 = 4p(y - k)$, dengan p adalah jarak antara puncak dan fokus. Substitusi titik puncak $(h, k) = (4, -2)$ dan $p = 2$ menghasilkan persamaan:

$$(x - 4)^2 = 8(y + 2)$$

yang merupakan jawaban yang benar dan sesuai dengan data yang diberikan.

Berasal dari pemahaman awal yang salah konsep dasar bentuk parabola, mengakibatkan mahasiswa mengalami epistemologi obstacle. Alih-alih menggunakan rumus umum parabola berdasarkan puncak dan fokus, mahasiswa mencoba membangun rumus sendiri yang tidak relevan. Representasi matematis parabola secara konseptual belum dipahaminya, meskipun telah mempelajari topik ini sebelumnya. Kerangka pemahaman konsep yang utuh tentang bentuk parabola belum mereka dapat. Disebabkan kesalahan dalam mengoordinasikan berbagai jenis representasi matematis geometris simbolik aljabaris (Johansson & Österholm, 2023). Mahasiswa hanya mengandalkan ingatan bentuk persamaan kuadrat yang familiar (lingkaran) tanpa konversi makna geometri. Kegagalan ini mengindikasikan lemahnya kesadaran dalam koordinasi representasi simbolik dengan representasi visual dan spasial. Lebih tepatnya lemah dalam fase forethought karena gagal menetapkan tujuan dan tidak merencanakan strategi kognitif. Proses monitoring selama pengerjaan menyebabkan mahasiswa tidak sadar pendekatan yang digunakan bertentangan dengan karakteristik bentuk parabola. Kontrak didaktik dan pemanfaatan milieu belum optimal ditandai dengan mereka belum terdorong menguji validitas pendekatan mereka dari interaksi dengan konteks geometris yang sebenarnya. Ketika mahasiswa sudah nyaman dengan bentuk kuadrat dari lingkaran, membuat mereka menekankan prosedural aljabar tanpa conceptual embodiment. Suatu pengalaman konkret dan visual yang membentuk makna internal suatu objek matematis. Pengalaman ini terletak pada intervensi interrepresentational fluency. Suatu proses didaktis untuk membuat mahasiswa berkemampuan pindah antar representasi simbolik, spasial dan numerik. Inilah inti pemahaman geometri modern yang menggabungkan regulasi diri dan situasi didaktik secara simultan. Agar fleksibilitas terbangun, berpikir matematis dan menghindari stagnasi epistemik akibat miskonsepsi yang berulang.

Intervensi *interrepresentational fluency* mengisi kekosongan antara pengajaran prosedur dan membangun pemahaman mendalam. Ketika diintegrasikan dengan *didactical situation theory*, guru dapat merekayasa situasi yang menuntut mahasiswa berpidah antar bentuk representasi untuk menyelesaikan konflik kognitif (Suarsana et al., 2025). Strategi ini memfasilitasi mahasiswa dalam mengevaluasi dan memilih representasi yang paling efektif dalam menyelesaikan satu soal. *Interrepresentational fluency* bukan hanya keterampilan teknik, tapi juga jembatan epistemologis yang krusial. Untuk menghindari miskonsepsi dan menguatkan pemahaman. Intervensi yang layak menjadi pendekatan utama dalam reformasi pembelajaran matematika berbasis refleksi dan pemahaman struktural. Seperti dalam fungsi kuadrat, mahasiswa mengandalkan bentuk umum tanpa paham bentuk grafik. Dengan intervensi translation task, guru dapat meminta mahasiswa menerjemahkan bentuk simbolik kuadrat ke grafik atau sebaliknya. Sedangkan pada topik logaritma guru menggunakan pendekatan *representation comparison*. Dengan meminta mahasiswa membandingkan hasil manipulasi aljabar logaritma dengan grafik fungsi logaritma untuk menilai konsistensi solusi. Sedangkan pada topik kedudukan dua lingkaran menggunakan *dynamic geometry software* seperti *GeoGebra*. Untuk mengaitkan posisi relatif dua lingkaran berdasarkan jarak pusat dan jari-jari. Intervensi ini menekankan pemahaman matematis, membangun relasi antarkonsep dalam ragam representasi. Sehingga *interrepresentational fluency* dapat menjadi pilar pedagogis baru yang membangun kepekaan epistemologis.



Gambar 8. Jawaban Mahasiswa 8 (M8) pada Soal dengan Konsep Geometri

Dapat dilihat pada Gambar 8, mahasiswa 8 (M8) melakukan kesalahan dapat berupa penghitungan keliling dan luas kedua lingkaran yang tidak relevan dengan tujuan soal. Dua lingkaran telah diketahui pusat dan titik yang dilaluinya. Proses penyelesaian tidak relevan dengan tujuan soal, terjadi kekeliruan konsep yang seharusnya ditentukan berdasarkan jarak antar pusat dan jumlah jari-jari. Jari-jari kedua lingkaran sama, yaitu 4 satuan. Maka, jarak antar pusat adalah $\sqrt{(10-5)^2 + (5-7)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29} \approx 5,39$ dan karena $0 < \sqrt{29} < 8$. Seharusnya jawaban benar menyebutkan lingkaran pertama dan kedua saling berpotongan di dua titik. Salah mengaplikasikan konteks pengetahuan termasuk epistemological obstacle. Diakibatkan perolehan pengetahuan kurang relevan yang telah didapatkan sebelumnya. Mahasiswa tidak paham konteks soal yang menguji konsep spasial tentang kedudukan dua lingkaran. Mereka lebih mengandalkan pemahaman instrumental yang hanya mengingat rumus dan prosedur (Adeleke et al., 2025). Padahal seharusnya memahaminya secara relasional mengaitkan konsep dan implementasinya dalam konteks *problem solving*.

6) Lingkaran O_1 berpusat $(5,7)$ melalui $(5,3)$ sementara O_2 berpusat $(10,5)$ melalui $(14,5)$ kedudukan lingkaran 1 dan 2!

penyelesaian

$O_1, \text{ pusat } (5,7) \text{ melalui } (5,3)$ $\text{jari-jarinya} \rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ $(5-5)^2 + (3-7)^2 = r^2$ $(-4)^2 = r^2$ $16 = r^2$ $r = 4$	$O_2, \text{ pusat } (10,5) \text{ melalui } (14,5)$ $\text{jari-jarinya} \rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ $(14-10)^2 + (5-5)^2 = r^2$ $4^2 = 4^2 = r^2$ $r = 4$
--	--

(10)

Gambar 9. Jawaban Mahasiswa 9 (M9) pada Soal dengan Konsep Geometri

Berdasarkan **Gambar 9**, dapat dilihat bahwa mahasiswa 9 (M9) melakukan kesalahan dalam menentukan kedudukan kedua lingkaran karena hanya membandingkan jumlah jari-jari kedua lingkaran ($r_1 + r_2 = 8$). Sedangkan jarak antara pusat kedua lingkaran tidak dihitung (P_1 dan P_2). Padahal, untuk menentukan kedudukan dua lingkaran, diperlukan perbandingan antara jarak antar pusat lingkaran ($|P_1P_2|$). Selisih antara jumlah dan jari-jari solusinya. Pusat lingkaran pertama di (10,5), sehingga jarak antar pusat $\sqrt{(10-5)^2 + (5-7)^2} = \sqrt{29} \approx 5,38$. Karena $0 = |r^1 - r^2| < \sqrt{29} < r^1 + r^2 = 8$ maka kedudukan kedua lingkaran tersebut adalah *berpotongan di dua titik*, bukan hanya menyatakan bahwa kedudukannya 8.

Diakibatkan oleh ketidakmampuan M9 memahami atau menerapkan konsep, sehingga hal ini termasuk ke dalam jenis *epistemological obstacle*. M9 lebih menghafal prosedur bukan paham prinsip geometri tentang kedudukan dua lingkaran. M9 tidak sadar bahwa jarak antar pusat dan jari-jari perlu dibandingkan. Kedudukan kedua lingkaran *berpotongan di dua titik*, bukan hanya menyatakan bahwa kedudukannya 8. Diakibatkan oleh ketidakmampuan mereka memahami atau menerapkan konsep adaptif. Justru mereka lebih menghafal prosedur bukan paham prinsip geometri tentang kedudukan dua lingkaran. Mereka tidak sadar bahwa jarak antar pusat dan jari-jari tinggal dibandingkan. Mahasiswa baru paham prosedural, belum mengembangkan proses menjadi objek menyusun skema paham konsep kedudukan dua lingkaran (Taman, 2025). Mereka baru menerapkan logika penjumlahan tanpa mempertimbangkan struktur parsial dan rasional dalam geometri. Jika diperdalam visualisasi spasial dibutuhkan agar merepresentasi geometris misal gambar sketsa dua lingkaran (Weigand et al., 2025). Itulah yang menyebabkan mahasiswa gagal melihat secara rasional bahwa posisi lingkaran saling memotong. Kesalahpahaman kedudukan dua lingkaran menunjukkan mahasiswa masih belum mengembangkan interrepresentational control. Suatu kemampuan menghubungkan representasi simbolik dengan representasi spasial atau visual secara rasional. Kemampuan ini mencerminkan kelemahan siswa pada fase *performance* dan *self-reflection* karena tak mampu mengawasi strategi pemecahan masalah dan gagal mengevaluasi hasilnya. Kesadaran epistemologis masih rendah terutama pada prinsip dasar geometri yang bersifat kontekstual dan adaptif. Kesalahan M9 juga menunjukkan milieu belum cukup merangsang konflik kognitif agar mahasiswa sampai pada tahap evaluasi. Ketika pembelajaran hanya disandarkan pada latihan prosedural, maka kesempatan eksplorasi, argumentasi dan kofirmasi tidak didapatkan. Diperlukan intervensi berbasis visualisasi spasial dan epistemological awareness (Abar et al., 2025) seperti dengan sketsa interaktif dua lingkaran. Disajikan sketsa interaktif yang memperlihatkan variasi posisi berdasarkan perubahan parameter jarak dan jari-jari. Konversi representasi dari verbal ke visual dan simbolik sehingga tak hanya mengandalkan rumus. Tapi juga memahami logika struktural. Intervensi inilah yang menjadi inti dari lifelong learning dalam konteks geometri dan matematika.

Simpulan

Jenis-jenis *learning obstacle* matematika menjadi penghambat utama memahami konsep, prosedur dan relasional. Kekeliruan dalam representasi, mengaitkan dan menerapkan konsep-konsep matematis sering terjadi. Kesadaran reflektif akan struktur pemahaman harus dibangun dengan regulasi diri yang tepat dan berkualitas. Banyak mahasiswa yang belum mencapai level sadar secara total terindikasi dari kesalahan-kesalahan yang diteliti dalam studi ini. Penelitian ini memiliki beberapa keterbatasan yang perlu dicermati. Pertama, analisis lebih banyak berfokus pada kesalahan konseptual yang tampak tanpa menggali lebih dalam aspek afektif,

latar belakang belajar, atau pengalaman belajar sebelumnya yang turut memengaruhi munculnya learning obstacle. Kedua, belum disusunnya rancangan intervensi didaktis dalam pembelajaran untuk meminimalisir munculnya *learning obstacle*. Riset ini merekomendasikan intervensi didaktis berbasis kesadaran tersebut. Rancangan pembelajaran yang tak hanya konten, tapi paham konsep yang luas dan mendalam. Intervensi mencakup strategi metakognitif, representasi multi-level, pendekatan visual-spasial, dan dialog konseptual. Dengan demikian, integrasi epistemologi menjadi langkah strategis dalam memahami matematika secara mendalam dan berkelanjutan.

Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan

Kontribusi Penulis

N.U. memberikan gagasan penelitian yang disajikan, mengarahkan teori, metodologi, pengorganisasian dan analisis data. Penulis lainnya (D.M.H.) berpartisipasi aktif dalam pengembangan teori, metodologi, pengorganisasian dan analisis data, pembahasan hasil dan persetujuan versi akhir karya. Seluruh penulis menyatakan bahwa versi final makalah ini telah dibaca dan disetujui. Total persentase kontribusi untuk konseptualisasi, penyusunan, dan koreksi makalah ini adalah sebagai berikut: N.U.: 60% dan D.M.H.: 40%.

Pernyataan Ketersediaan Data

Penulis menyatakan bahwa berbagi data tidak dapat dilakukan, karena tidak ada data baru yang dibuat atau dianalisis dalam penelitian ini.

Referensi

- Abar, A., Herman, T., Suryadi, D., & Haruna, N. H. (2025). *Development of Didactical Design in Volume Teaching : Efforts to Improve Critical Thinking Abilities*. 1(1), 39–51.
- Adeleke, J. O., Balogun, H. A., & Ayanwale, M. A. (2025). Assessment of content and cognitive dimensions of learners' mathematics performance. *STEM Education*, 5(3), 383–400. <https://doi.org/10.3934/steme.2025019>
- Akib, M., Abduh, A., & Sahril, S. (2025). Fostering Autonomy in Flipped Learning: Pre-Class, Active Learning, and Metacognition. *Journal of Indonesian Scholars for Social Research*, 5(1), 89–96.
- Amalia, R. (2023). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Perpangkatan. *Jiip - Jurnal Ilmiah Ilmu Pendidikan*, 6(2), 1116–1123. <https://doi.org/10.54371/jiip.v6i2.1667>
- Arwadi, F., Asmaun, & Ruslan. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik Ditinjau Dari Prestasi Belajar. 4(3), 1819–1828.
- Bambang Susilo, & Sutarto, H. (2023). Geometri Manfaat pembelajaran dan Kesulitan Belajarnya. *Book Chapter Konsevasi Pendidikan Jilid 6, No. 6 (2023)*, 81–106.
- Benítez-Burraco, A. (2025). The cognitive science of language diversity: achievements and challenges. *Cognitive Processing*, 0123456789. <https://doi.org/10.1007/s10339-025-01262-z>
- Betts, A. (2019). Mastery learning in early childhood mathematics through adaptive technologies. In *The IAFOR International Conference on Education–Hawaii 2019 Official Conference Proceedings., Independen(Hawaii)*, 51–63.

- Brousseau, G., & Warfield, V. (2014). *Didactic situations in mathematics education*. Springer, 163–170.
- et al., J. (2020). Didactic transposition from scholarly knowledge of mathematics to school mathematics on sets theory Didactic transposition from scholarly knowledge of mathematics to school mathematics on sets theory. In *Journal of Physics: Conference Series*, 1521(3), 032092. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1521/3/032093>
- Fardian, D., Suryadi, D., & Prabawanto, S. (2025). A praxeological analysis of linear equations in Indonesian mathematics textbooks : Focusing on systemic and epistemic aspect A praxeological analysis of linear equations in Indonesian mathematics textbooks : Focusing on systemic and epistemic aspect. March, 225–254. <https://doi.org/10.22342/jme.v16i1.pp225-254>
- Goldowsky, A., & Rencic, J. (2023). Self-regulated learning and the future of diagnostic reasoning education. 10(1), 24–30.
- Hamid, A. (2025). Analisis Faktor Penyebab miskonsepsi Mahasiswa pada Materi Aljabar : Perspektif Kognitif dan Pedagogis. 71–80.
- Hapidin, A., Natsir, N. F., & Haryanti, E. (2022). Epistemologi Pendidikan Islam di Indonesia sebagai Solusi Menjawab Tantangan Ilmu Pengetahuan dan Metode Ilmiah di Era 4.0. *Tarbawiyah : Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 6(1), 30. <https://doi.org/10.32332/tarbawiyah.v6i1.4387>
- Hendriyanto, A., Suryadi, D., Juandi, D., & Dahlan, J. A. (2024). The didactic phenomenon : Deciphering students ' learning obstacles in set theory. 15(2), 517–544.
- Herheim, R. (2023). On the origin, characteristics, and usefulness of instrumental and relational understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 113(3), 389–404. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10225-0>
- Hidayati, N., & Thompson, W. (2025). The Influence of Self-Regulated Learning on Academic Achievement : A Cognitive-Behavioral Perspective. 2(1), 21–30.
- Isrokatun, I., Hanifah, N., Maulana, M., & Suhaebar, I. (2020). *Pembelajaran matematika dan sains secara integratif melalui situation-based learning*. UPI Sumedang Press.
- Johansson, H., & Österholm, M. (2023). Algebra discourses in mathematics and physics textbooks: comparing the use of algebraic symbols. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 5211. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2226154>
- Karimaliana, Zaim, M., & Thahar, H. E. (2023). Pemikiran Rasionalisme : Tinjauan Epistemologi terhadap Dasar-Dasar Ilmu Pendidikan dan Pengetahuan Manusia. *Journal of Education Research*, 4(4), 2486–2496.
- Kind, V., & Chan, K. K. H. (2019). Resolving the amalgam: connecting pedagogical content knowledge, content knowledge and pedagogical knowledge. *International Journal of Science Education*, 41(7), 964–978. <https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1584931>
- Mejeh, M., & Grieder, C. (2025). Educational Interventions to Promote Self-Regulated Learning in Vocational Schools - A Systematic Review. 12(2), 192–235.
- Nazarovich, S. T. (2024). An Overview of Existing Problems in Teaching the Science "Fundamentals of Geometry". *International Journal of Social Sciences & Educational Studies*, 11(2), 91–106. <https://doi.org/10.23918/ijsses.v11i2p91>
- Okafor, C. E. (2025). UNDERSTANDING PERSISTENT ERRORS IN ALGEBRA : A PATHWAY and Nnamdi Eze. 13(2), 1–16.
- Puspito, B. S. (2021). Desain Situasi Didaktis untuk Mengatasi Hambatan Epistemologi pada Materi Luas Segitiga dengan Aturan Sinus dan Cosinus. *Jurnal Pendidikan Sultan Agung*, 1(1), 47. <https://doi.org/10.30659/jp-sa.v1i1.13667>

- Rahman, A. (2025). *Implementing Self-Regulated Learning in Improving EFL Students' Speaking Skills Integrated with Self-Confident Level in Islamic-Affiliated Schools*. 10(May), 31–49.
- Silmi Juman, Z. A. M., Mathavan, M., Ambegedara, A. S., & Udagedara, I. G. K. (2022). Difficulties in Learning Geometry Component in Mathematics and Active-Based Learning Methods to Overcome the Difficulties. *Shanlax International Journal of Education*, 10(2), 41–58. <https://doi.org/10.34293/education.v10i2.4299>
- Sjuts, J. (2025). *Metacognition – necessities and possibilities in teaching and learning mathematics*. 1, 69–87. <https://doi.org/10.5485/TMCS.2025.15289>
- Suarsana, I. M., Jupri, A., Suryadi, D., Nurlaelah, E., Nyoman, I. G., & Hartawan, Y. (2025). *An Analysis of Mathematics Teaching and Learning Process to Enhance Computational Thinking : The Case of Straight-Line Equations*. 17(2), 226–254.
- Sulistiawati, Suryadi, D., & Fatimah, S. (2016). Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Menggunakan Desain Didaktis Berdasarkan Kesulitan Belajar pada Materi Luas dan Volume Limas. *Jppm*, 9(1), 175–188. https://www.researchgate.net/publication/299975256_Peningkatan_Kemampuan_Penalaran_Matematis_Menggunakan_Desain_Didaktis_Berdasarkan_Kesulitan_Belajar_pada_Materi_Luas_dan_Volume_Limas
- Suryadi, D., & Turmudi, T. (2023). *Mathematics Teachers' Interviewing Strategies for Diagnosing Students' Learning Obstacles*. 12(2), 325–339.
- Taman, N. K. (2025). *The Implementation of an A-P-O Framework-Oriented Approach Using Worksheets in Algebra Lessons to Enhance Students Conceptual Understanding*. 3(1), 26–37.
- Ulfa, N. (2021). Analisis hambatan belajar pada materi pecahan. *Research and Development Journal of Education*, 7(2), 226–236.
- Ulfa, N., Jupri, A., & Juandi, D. (2024). Error Analysis on the Concept of Composition of Function in Online Learning from the Perspective of AVAE Categories (ARITH, VAR, AE, and EQS). *KnE Social Sciences*, 2024, 601–609. <https://doi.org/10.18502/kss.v9i8.15620>
- Umbara, U., & Suryadi, D. (2019). Re-interpretation of mathematical literacy based on the teacher's perspective. *International Journal of Instruction*, 12(4), 789–806. <https://doi.org/10.29333/iji.2019.12450a>
- UNESCO, P. (2022). Reimagining our Futures Together. In *Reimagining our Futures Together*. <https://doi.org/10.18356/9789210012102>
- Wahyuni, R., Suwanto, F. R., Sthephani, A., & Ahyan, S. (2025). *Students' obstacles in solving algebra form problems viewed from mathematical problem-solving ability*. 14(3), 587–606.
- Wei, H., Bos, R., & Drijvers, P. (2025). A digital-embodied design for functional thinking in the classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, 00(00), 1–31. <https://doi.org/10.1080/10986065.2025.2493375>
- Weigand, H. G., Hollebrands, K., & Maschietto, M. (2025). Geometry education at secondary level – a systematic literature review. *ZDM - Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01703-1>
- Xiong, W., Zhang, H., Ye, C., Chen, L., Jiang, N., & Zhang, T. (2023). *Self-rewarding correction for mathematical reasoning*.

Biografi Penulis

	Nadia Ulfa, is a leacture and researcher at the department of mathematics education, faculty of education, mathematics, and natural science, Universitas Pendidikan Indonesia, West Java, Indonesia. Her research interest is Pedagogy, Learning Obstacles, STEM, and Metacognition in Mathematics Education. Affiliation: Indonesia University of Education, Phone: +6287829672991 Email: nadiaulfa@upi.edu
	Deva Musthofal Hamdi, is a teacher and researcher at the department of islamic education science, faculty of education and social science, Universitas Pendidikan Indonesia, West Java, Indonesia. His research interest is Andragogy, Heutagogy, Pedagogy, Metacognition, and Philosophy of Islamic Education. Affiliation: Indonesia University of Education, Phone: +6289644211806 Email: dmhamdi42@upi.edu