

## Analisis Pemahaman dan *Folding Back* Siswa Menurut Teori Pirie Kieren pada Konsep Deret Aritmetika

Reza Nurussofa, Cecep Anwar Hadi Firdos Santosa 

**How to cite** : Nurussofa, R., & Santosa, C. A. H. F. (2024). Analisis Pemahaman dan *Folding Back* Siswa Menurut Teori Pirie Kieren pada Konsep Deret Aritmetika. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 4(4), 1608 - 1625. <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i4.2323>

To link to this article : <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i4.2323>



Opened Access Article



Published Online on 30 December 2024



Submit your paper to this journal



## Analisis Pemahaman dan *Folding Back* Siswa Menurut Teori Pirie Kieren pada Konsep Deret Aritmetika

Reza Nurusofa<sup>1</sup>, Cecep Anwar Hadi Firdos Santosa<sup>2\*</sup> 

<sup>1,2</sup>Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa

### Article Info

#### Article history:

Received Nov 24, 2024

Accepted Dec 23, 2024

Published Online Dec 30, 2024

#### Keywords:

Pemahaman Matematis

*Folding Back*

Teori Pirie Kieren

### ABSTRAK

Masalah aritmetika merupakan salah satu permasalahan yang sulit bagi siswa, sehingga perlu kemampuan pemahaman matematis yang memadai untuk menyelesaikan masalah tersebut. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pemahaman dan *folding back* siswa menurut teori Pirie Kieren pada konsep deret aritmetika. Kami menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan melibatkan 12 siswa kelas X B MAN 1 Kota Cilegon. data dikumpulkan melalui instrumen tes dan wawancara. Selanjutnya kami menganalisis data dengan menggunakan kerangka kerja model Miles & Huberman yakni reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan pemahaman matematis tinggi memiliki pemahaman yang baik dan mampu memenuhi semua lapisan pemahaman menurut teori Pirie Kieren yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalising*, *observing*, *structuring*, dan *inventising* dan mengalami dua bentuk *folding back* yaitu bekerja pada lapisan lebih dalam dan mengumpulkan lapisan lebih dalam. Siswa dengan kemampuan pemahaman matematis sedang memiliki pemahaman yang cukup baik dan mampu memenuhi tiga sampai tujuh lapisan pemahaman menurut teori Pirie Kieren yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalising*, dan *observing*. dan *structuring* dan mengalami dua bentuk *folding back* yaitu bekerja pada lapisan lebih dalam dan mengumpulkan lapisan lebih dalam. Siswa dengan kemampuan pemahaman matematis rendah memiliki pemahaman yang kurang baik dan hanya memenuhi satu sampai tiga lapisan pemahaman menurut teori Pirie Kieren yaitu *primitive knowing*, *image making*, dan *image having* dan hanya mengalami satu bentuk *folding back* yaitu bekerja pada lapisan lebih dalam.



This is an open access under the CC-BY-SA licence



### Corresponding Author:

Cecep Anwar Hadi Firdos Santosa,  
 Program Studi Pendidikan Matematika,  
 Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,  
 Universitas Sultan Ageng Tirtayasa,  
 Jl. Ciwaru Raya Nomor 25, Kota serang, 42117, Indonesia  
 Email: [cecepanwar@untirta.ac.id](mailto:cecepanwar@untirta.ac.id)

## Pendahuluan

Matematika merupakan mata pelajaran yang mempunyai peranan penting dalam lingkup pendidikan (Santosa et al., 2022). Matematika berperan penting dalam pembentukan cara berpikir manusia, sehingga diharapkan mampu berpikir logis dan sistematis (Nurajijah et al., 2023). Tujuan pembelajaran matematika kurikulum merdeka menurut Kemendikbud 2022 yaitu: (1) Pemahaman Matematis dan Kecakapan Prosedural; (2) Penalaran dan Pembuktian Matematis; (3) Pemecahan Masalah Matematis; (4) Komunikasi dan Representasi Matematis; (5) Koneksi Matematis; dan (6) Disposisi Matematis. Berdasarkan uraian tersebut, Pemahaman merupakan salah satu tujuan penting yang harus dicapai dan erat kaitannya dalam pembelajaran matematika (Pratiwi et al., 2022) dan selalu menjadi bidang studi utama dan mendasar sejak awal tahun 1980 (Patmaniar et al., 2021).

Berdasarkan wawancara dengan guru matematika MAN 1 Kota Cilegon, dapat disimpulkan bahwa beberapa siswa mengalami ketidakkonsistenan dalam memahami pelajaran. Mereka kesulitan menyatakan kembali dan menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis. Ketidakmampuan siswa dalam memahami konsep matematika menunjukkan bahwa siswa belum mempunyai pemahaman yang memadai terhadap mata pelajaran tersebut (Nurajijah et al., 2023). Pemahaman merupakan proses penyerapan terhadap suatu materi yang telah dipelajari secara mendalam (Rismayanti et al., 2020). Proses belajar untuk memahami telah menjadi prioritas utama di bidang pendidikan, serta salah satu target paling penting bagi siswa di semua mata pelajaran (Nurfadila et al., 2022). Setiap orang mempunyai pengalaman belajar yang berbeda-beda, sehingga kualitas dan kuantitas hubungan antara ide masing-masing orang pun berbeda. akibatnya setiap orang pasti memiliki lapisan pemahaman yang berbeda (Lestari, 2020).

Pemahaman konsep dalam pembelajaran matematika dianggap sangat penting (Syamsuri & Santosa, 2017), sehingga perlu dilakukan penelitian lebih lanjut karena pemahaman konsep merupakan suatu topik yang menarik untuk dikaji. Penelitian ini menggunakan teori Pirie-Kieren, yang merupakan perspektif teoritis yang sudah mapan dan diakui mengenai sifat pemahaman matematika untuk memahami pertumbuhan siswa (Martin & Towers, 2016). Berdasarkan Pirie & Martin (2000), Teori Pirie-Kieren ini lebih dikenal dengan lapisan-lapisan pemahaman matematis. Pirie dan Kieren sebagai penggagas konsep pemikiran ini berpendapat bahwa pemahaman ialah serangkaian proses pertumbuhan yang utuh dan tidak akan pernah berakhir (Muliawati, 2020). Tindakan mengkaji kembali pemahaman dan gagasan ke lapisan yang lebih dalam terhadap suatu konsep matematika disebut *folding back* (Sagala, 2016).

*Folding back* adalah teknik yang digunakan siswa untuk meninjau kembali atau kembali ke lapisan pemahaman yang lebih rendah untuk mengembangkan pemahaman matematika mereka (Widyastuti et al., 2023). Penelitian yang berkaitan dengan *folding back* di antaranya dilakukan oleh Widyastuti et al. (2023) yang menyatakan bahwa dengan adanya proses *folding back* dalam meningkatkan pemahaman siswa maka membantu siswa membangun lapisan pemahaman yang lebih tinggi sehingga mudah bagi mereka untuk memecahkan permasalahan yang ada, serta membuat pemahaman siswa menjadi lebih “tebal”, artinya semakin banyak siswa melakukan *folding back*, maka semakin dalam pemahaman siswa. Menurut Patmaniar et al. (2021), *folding back* sangat penting dalam proses pemahaman matematika.

Uraian tersebut menunjukkan bahwa *folding back* sangat penting dalam pertumbuhan pemahaman siswa karena memperluas, mempertajam, dan memperkuat pengetahuan mereka terhadap materi sekaligus memberikan informasi yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah matematika. Lebih jauh lagi, proses ini memungkinkan siswa untuk memperbaharui pemahamannya bahkan mengganti pengetahuannya dengan versi baru yang relevan dengan soal matematika. Pada materi deret aritmetika yang dipelajari siswa SMA, pemahaman awal yang dibutuhkan siswa sebelum materi tersebut yaitu definisi pola, barisan, deret bilangan, dan

barisan aritmetika. Pemahaman siswa yang baik mengenai pengetahuan awal terhadap definisi pola, barisan, deret bilangan, dan barisan aritmetika memudahkan siswa dalam memahami deret aritmetika.

Namun kenyataannya konsepsi siswa SMA dalam memahami materi barisan dan deret aritmetika mendapatkan hasil yang berbeda-beda. Terdapat siswa yang memahami konsep barisan deret aritmetika dengan tepat, namun banyak juga siswa yang belum memahami tentang konsep barisan deret aritmetika. Pernyataan ini didukung berdasarkan dengan hasil penelitian oleh [Hardiyanti \(2016\)](#), dimana hasil analisis menunjukkan bahwa : (1) kesulitan utama siswa dalam menyelesaikan soal materi baris dan deret adalah menentukan rumus suku ke- $n$  pada barisan aritmatika dan geometri. Siswa hanya menentukan suku ke- $n$  dengan siswa cenderung hanya mensubstitusikan nilai  $a$  dan  $b$  tanpa menyederhanakan hasil dari rumus tersebut; (2) kesulitan dalam memahami konsep suku pertama dari suatu barisan; (3) Kesulitan dalam memahami isi soal, yang menyebabkan siswa mengalami hambatan dalam menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan serta menentukan langkah-langkah penyelesaian soal cerita terkait materi barisan aritmatika dan geometri.

Berdasarkan penjelasan di atas, penting untuk melakukan penelitian terkait lapisan pemahaman dan *folding back* siswa menurut teori pirie-kieren mengenai konsep deret aritmetika.

## Metode

### Desain Penelitian

Desain penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian deskriptif dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Penelitian deskriptif kualitatif yaitu penelitian dengan cara mendeskripsikan atau menggambarkan suatu gejala, peristiwa atau keadaan yang sedang diteliti secara mendalam. Penelitian ini bermaksud menggambarkan, mengungkapkan, menjelaskan dan menganalisis lapisan pemahaman dan *folding back* siswa menurut teori Pirie Kieren pada konsep deret aritmetika.

### Subjek Penelitian

Pemilihan subjek menggunakan teknik *purposive sampling*, yaitu menentukan subjek dengan suatu pertimbangan tertentu. Pertimbangan tersebut antara lain berdasarkan kelas yang dianggap paling tahu tentang informasi yang dibutuhkan peneliti, sehingga memudahkan peneliti mendapatkan informasi penelitian. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas X B MAN 1 Kota Cilegon. Teknik pengumpulan data menggunakan tes dan wawancara. Seluruh siswa akan diberikan soal tes pemahaman matematis. Peneliti akan mengelompokkan siswa menjadi tiga kategori, yaitu siswa dengan pemahaman matematis rendah, siswa pemahaman matematis sedang dan siswa dengan pemahaman matematis tinggi. Subjek dipilih sebanyak 12 siswa yang akan diwawancarai yang terdiri dari 3 siswa sebagai subjek yang mewakili siswa dengan pemahaman matematis tinggi, 6 siswa sebagai subjek yang mewakili siswa dengan pemahaman matematis sedang dan 3 siswa sebagai subjek yang mewakili siswa dengan pemahaman matematis rendah. Hal ini sesuai syarat yang perlu dipenuhi, terdapat dua syarat yang harus dipenuhi ketika menentukan jumlah informan yaitu dengan pertimbangan melalui kecakupan dan kesesuaian dari informasi yang telah didapat sebelumnya ([Asrulla et al., 2023](#)). Berikut pengelompokkan kategori pemahaman menggunakan Penilaian Acuan Patokan (PAP) ditunjukkan pada [Tabel 1](#).

**Tabel 1.** Pengelompokan Kategori Pemahaman Matematis Siswa

Interval Nilai	Kategori
$N \geq \bar{x} + SD$	Tinggi
$\bar{x} - SD \leq N < \bar{x} + SD$	Sedang
$N < \bar{x} - SD$	Rendah

### Instrumen

Peneliti merupakan instrumen utama dalam penelitian ini. Namun, dalam mengumpulkan data yang diperlukan, peneliti menggunakan instrumen pendukung yaitu sebagai berikut.

### Soal Tes Pemahaman Menurut Pirie Kieren

Soal tes pemahaman matematika ini digunakan untuk mendeskripsikan lapisan pemahaman dan *folding back* siswa menurut teori Pirie Kieren pada konsep deret aritmetika. Soal tes pemahaman ini berupa satu soal berbentuk uraian. Tabel 2 menunjukkan kisi-kisi instrumen tes pemahaman matematis yang digunakan pada penelitian ini, yaitu:

**Tabel 2.** Kisi-kisi Tes Pemahaman Matematis

Indikator/Lapisan Pemahaman Pirie Kieren	Aspek Yang dicapai	No Soal
<i>Primitive knowing</i> (Pengetahuan Sederhana)	Siswa mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan topik, siswa dapat menuliskan unsur-unsur yang ada pada soal, dapat mengidentifikasi sifat barisan aritmetika, dapat menentukan nilai $x$ untuk mengetahui $U_1, U_2,$ dan $U_3$ barisan aritmetika.	1a
<i>image making</i> (membuat gambaran)	Siswa dapat membuat suatu gambaran fisik atau mental suatu topik dari pengetahuan sebelumnya dengan situasi baru, siswa dapat mengembangkan ide untuk menentukan nilai jumlah 2 suku pertama, 3 suku pertama, 4 suku pertama, dan 5 suku pertama.	1b
<i>image having</i> (memiliki gambaran)	Siswa sudah mempunyai gambaran pada pokok permasalahan dari materi yang dipelajari, siswa dapat menentukan nilai jumlah 2 suku pertama, 3 suku pertama, 4 suku pertama, dan 5 suku pertama.	
<i>property noticing</i> (memperhatikan sifat)	Siswa dapat menghubungkan gambaran abstrak, mengaitkan rumus atau persamaan dengan ide yang ditemukan, siswa dapat menemukan pola dari jumlah 2 suku pertama, 3 suku pertama, 4 suku pertama, dan 5 suku pertama.	1c
<i>Formalszing</i> (Memformalkan)	Siswa dapat menentukan rumus dari hubungan antara persamaan persamaan yang ditemukan, Siswa dapat menentukan rumus rumus jumlah n-suku pertama barisan aritmetika.	1d
<i>Observing</i> (Mengamati)	Siswa melakukan pengamatan dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada materi, siswa dapat mengetahui cara menentukan jumlah 10 suku pertama barisan.	1e
<i>Structuring</i> (penataan)	Siswa mampu menyusun tugas yang diberikan secara terstruktur dan lengkap, siswa dapat menentukan jumlah 10 suku pertama barisan, dan dapat membuktikan hasil pekerjaannya dengan argumen yang logis	
<i>Inventising</i> (Penemuan)	Siswa mampu membuat pertanyaan baru, siswa mampu menjawab pertanyaan "what if?"	1f

Peneliti merupakan instrumen utama dalam penelitian ini. Namun, dalam mengumpulkan data yang diperlukan, peneliti menggunakan instrumen pendukung yaitu sebagai berikut.

Sebelum digunakan, instrumen harus melalui uji validitas, reliabilitas, daya pembeda dan indeks kesukaran. Uji coba kepada 32 siswa kelas XI D MAN 1 Kota Cilegon dengan mengisi tes pemahaman matematis untuk menentukan seberapa akurat setiap item tes pemahaman matematis. Sugiyono (2022) mengungkapkan bahwa analisis butir digunakan untuk menguji validitas setiap butir. Hal ini berarti membandingkan setiap skor setiap item dengan skor total. Teknik yang digunakan untuk mengetahui validitas butir instrumen ini adalah teknik korelasi *Product Moment*, dengan rumus sebagai berikut (Lestari & Yudhanegara, 2015).

$$\frac{n \sum X.Y - (\sum X). (\sum Y)}{\sqrt{\{n\sum X^2 - (\sum X)^2\} \cdot \{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

Dimana:

$r_{xy}$  = koefisien korelasi antara skor soal dan total skor

$n$  = banyaknya subjek

$X$  = skor tiap butir soal

$Y$  = total skor

Berikut adalah ketentuan valid atau tidaknya instrumen ditunjukkan pada Tabel 3 (Sudijono, 2015):

**Tabel 3. Interpretasi Validitas**

Nilai	Interpretasi validitas
$r_{xy} < r_{tabel}$	Invalid
$r_{xy} \geq r_{tabel}$	valid

Adapun hasil dari uji coba instrumen tes pemahaman matematis ditunjukkan pada Tabel 4

**Tabel 4. Uji Validitas instrumen**

No Soal	$r_{hitung}$	$r_{tabel}$	Kriteria
1a	0,669	0,339	Valid
1b	0,818	0,339	Valid
1c	0,902	0,339	Valid
1d	0,953	0,339	Valid
1e	0,954	0,339	Valid
1f	0,926	0,339	Valid

Umumnya untuk mengetahui reliabilitas suatu instrumen yaitu menggunakan Rumus *Alpha* (Lestari & Yudhanegara, 2015) yaitu:  $r_{11} = \left(\frac{n}{n-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{\sum S_t^2}{s_t^2}\right)$

Dimana:

$r_{11}$  = koefisien reabilitas tes

$n$  = banyaknya butir item yang digunakan dalam tes

$\sum S_t^2$  = Jumlah varian tiap butir soal

$s_t^2$  = Varian total

Ketentuan reliabel atau tidaknya instrumen ditunjukkan pada Tabel 5 (Sudijono, 2015):

**Tabel 5. Interpretasi Reliabilitas**

Nilai	Interpretasi Reliabilitas
$r_{11} < 0,70$	Un-reliabel
$r_{11} \geq 0,70$	Reliabel

Adapun hasil dari uji coba instrumen tes pemahaman matematis yakni 0,97. hasil tersebut menunjukkan  $r_{11} \geq 0,70$ . Berdasarkan kriteria reliabilitas maka tes tersebut reliabel.

Indeks kesukaran soal dapat diperoleh dengan menggunakan rumus (Lestari & Yudhanegara, 2015):  $TK = \frac{\bar{X}}{SMI}$

Dimana:

$TK$  = Tingkat Kesukaran Soal

$\bar{X}$  = Ratarata skor jawaban siswa pada suatu soal

$SMI$  = Skor maksimum ideal

Ketentuan tingkat kesukaran instrumen ditunjukkan pada Tabel 6 (Lestari & Yudhanegara, 2015):

**Tabel 6. Interpretasi Tingkat Kesukaran**

TK	Interpretasi Tingkat Kesukaran
$TK = 0,00$	Terlalu sukar
$0,00 < TK \leq 0,30$	Sukar
$0,30 < TK \leq 0,70$	Sedang
$0,70 < TK < 1,00$	Mudah
$TK = 1,00$	Terlalu mudah

Hasil dari uji tingkat kesukaran tes kemampuan awal matematis ditunjukkan pada Tabel

7

**Tabel 7. Hasil uji Tingkat Kesukaran**

No Soal	Uji Tingkat Kesukaran	
	Nilai	Kriteria
1a	0,902	Mudah
1b	0,75	Mudah
1c	0,65	Sedang
1d	0,61	Sedang
1e	0,54	Sedang
1f	0,44	Sedang

Daya Pembeda soal dapat diperoleh dengan menggunakan rumus (Lestari & Yudhanegara, 2015):  $DP = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{SMI}$

Dimana:

$DP$  = Indeks daya pembeda soal

$\bar{X}_A$  = Ratarata skor jawaban siswa kelompok atas

$\bar{X}_B$  = Ratarata skor jawaban siswa kelompok bawah

$SMI$  = Skor maksimum ideal

Klasifikasi angka indeks daya pembeda instrument ditunjukkan pada Tabel 8 (Lestari & Yudhanegara, 2015):

**Tabel 8. Interpretasi Daya Pembeda**

TK	Interpretasi Daya Pembeda
$0,70 < DP \leq 1,00$	Sangat Baik
$0,40 < DP \leq 0,70$	Baik
$0,20 < DP \leq 0,40$	Cukup
$0,00 < DP < 0,20$	Buruk
$DP \leq 0,00$	Sangat Buruk

Hasil dari uji daya pembeda tes kemampuan awal matematis ditunjukkan pada Tabel 9

**Tabel 9. Uji Daya Pembeda**

No Soal	Uji Daya Pembeda	
	Nilai	Kriteria
1a	0,259	Cukup
1b	0,56	Baik
1c	0,60	Baik
1d	0,85	Sangat Baik
1e	0,86	Sangat Baik
1f	0,77	Sangat Baik

### Analisis Data

Teknik analisis data deskriptif kualitatif model Milles dan Huberman meliputi: mereduksi data, menyajikan data serta menarik kesimpulan dari data yang diolah (Sugiyono, 2022). Pada tahap mereduksi data peneliti menganalisis data temuan yang hendak diolah, yaitu data tes pemahaman matematis dan data wawancara. Peneliti mendeskripsikan hasil tes pemahaman siswa dan membuang data wawancara yang tidak perlu. Pada tahap penyajian data peneliti menyajikan hasil analisis data dalam bentuk deskripsi masing-masing data tes pemahaman matematis dan wawancara setiap lapisan pemahaman. Penarikan kesimpulan pada penelitian ini adalah dapat menjawab fokus penelitian tentang mendeskripsikan lapisan pemahaman dan *folding back* siswa menurut teori pirie-kieren mengenai konsep deret aritmetika.

### Hasil Penelitian

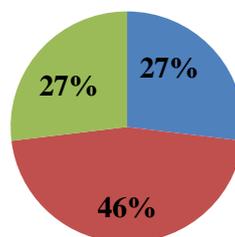
Berdasarkan hasil tes pemahaman matematis diperoleh pengkategorian yang ditunjukkan pada Tabel 10

**Tabel 10. Pengelompokan Kategori Pemahaman Matematis Siswa**

Interval Nilai	Kategori	Jumlah Siswa	Persentase (%)
Skor $\geq$ 99	Tinggi	7	27%
40 $\leq$ Skor < 99	Sedang	12	46%
Skor < 40	Rendah	7	27%

Berikut ini kategori yang disajikan dalam bentuk diagram.

#### Persentase

**Gambar 1. Persentase Hasil Tes Pemahaman Matematis**

Gambar 1 menunjukkan persentase hasil tes pemahaman matematis siswa di kelas X B Man 1 Kota Cilegon. Dari 26 siswa diperoleh rata-rata sebesar 69. Nilai rata-rata tersebut terletak pada kategori sedang dengan persentase sebesar 46% dari seluruh siswa. Sehingga

dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemahaman matematis siswa di MAN 1 Kota Cilegon tersebut berada pada kategori sedang.

Setelah dikelompokkan menjadi tiga kategori, selanjutnya yaitu dilakukan wawancara terhadap subjek penelitian. Subjek dipilih sebanyak 12 siswa yang akan diwawancarai yang terdiri dari 3 siswa sebagai subjek yang mewakili siswa dengan pemahaman matematis tinggi yang diberi tanda dengan kode subjek T1, subjek T2 dan subjek T3. Untuk 6 siswa sebagai subjek yang mewakili siswa dengan pemahaman matematis sedang diberi tanda dengan kode subjek S1, subjek S2, subjek S3, subjek S4, subjek S5, dan subjek S6. Dan untuk 3 siswa sebagai subjek yang mewakili siswa dengan pemahaman matematis rendah diberi tanda dengan kode subjek R1, subjek R2, dan subjek R3. [Tabel 11](#) menunjukkan data kesembilan subjek yang akan diwawancarai.

**Tabel 11.** Kode Subjek Penelitian yang dianalisis

Kategori Pemahaman	Siswa	Kode Subjek	Nilai
<b>Tinggi</b>	EA	T1	100
	IN	T2	100
	NDF	T3	100
<b>Sedang</b>	AP	S1	89
	A	S2	83
	RH	S3	72
	MS	S4	61
	NMA	S5	50
	AR	S6	44
<b>Rendah</b>	MIR	R1	33
	AFJ	R2	33
	NM	R3	17

## Diskusi

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, hasil menunjukkan bahwa terdapat 7 siswa (27%) yang termasuk ke dalam kategori siswa berkemampuan pemahaman matematis tinggi; 12 siswa (46%) yang termasuk ke dalam kategori siswa berkemampuan pemahaman matematis sedang, dan 7 siswa (27%) yang termasuk ke dalam kategori siswa berkemampuan pemahaman matematis rendah. Selanjutnya dari keduabelas subjek yang telah di analisis terkait lapisan pemahaman dan *folding back* menurut teori pirie-kieren mengenai konsep deret aritmetika, diperoleh pembahasan sebagai berikut:

### Pemahaman dan *Folding Back* Siswa Berkemampuan Pemahaman Matematis Tinggi Menurut Teori Pirie-Kieren

Hasil T1

Dik:  $a = (3x - 15)$   
 $U_2 = (-x + 15)$   
 $U_3 = (2x + 1)$   
 a. nilai  $x$  suku pertama, kedua, tiga.  
 $x = U_2 - U_1 = U_3 - U_2$   
 $x = (-x + 15) - (-x + 15) = (-x + 15) - (3x - 15)$   
 $x = 2x + 1 + x - 15 = -x + 15 - 3x + 15$   
 $x = 3x - 14 = -4x + 30$   
 $x + 4x = 30 - 14$   
 $5x = 16$   
 $x = \frac{16}{5}$   
 $U_1 = 3x - 15$      $U_2 = (-x + 15)$      $U_3 = 2x + 1$   
 $U_1 = 3(\frac{16}{5}) - 15$      $U_2 = -(\frac{16}{5}) + 15$      $U_3 = 2(\frac{16}{5}) + 1$   
 $U_1 = \frac{48}{5} - 15$      $U_2 = -\frac{16}{5} + 15$      $U_3 = \frac{32}{5} + 1$   
 $U_1 = \frac{48 - 75}{5}$      $U_2 = \frac{-16 + 75}{5}$      $U_3 = \frac{32 + 5}{5}$   
 $U_1 = -\frac{27}{5}$      $U_2 = \frac{59}{5}$      $U_3 = \frac{37}{5}$   
 b. Jumlah 2 suku pertama =  $U_1 + U_2$   
 $= -\frac{27}{5} + \frac{59}{5}$   
 $= \frac{32}{5}$   
 Jumlah 3 suku pertama =  $S_3 = U_1 + U_2 + U_3$   
 $= -\frac{27}{5} + \frac{59}{5} + \frac{37}{5}$   
 $= \frac{69}{5}$   
 Jumlah 4 suku pertama =  $S_4 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$   
 $U_4 = \frac{69}{5} + U_3$   
 $= \frac{69}{5} + \frac{37}{5}$   
 $= \frac{106}{5}$   
 Jumlah 5 suku pertama =  $S_5 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5$   
 $= \frac{106}{5} + U_5$   
 $= \frac{106}{5} + \frac{69}{5}$   
 $= \frac{175}{5}$   
 c. Pola dari nilai-nilai pada jawaban sebelumnya  
 $S_1 = 5 = (1)^2 \times 2 + 3(1)$   
 $S_2 = 14 = (2)^2 \times 2 + 3(2)$   
 $S_3 = 27 = (3)^2 \times 2 + 3(3)$   
 $S_4 = 44 = (4)^2 \times 2 + 3(4)$   
 $S_5 = 65 = (5)^2 \times 2 + 3(5)$   
 d.  $S_n = n^2 \times 2 + 3(n)$   
 $S_n = 2n^2 + 3n$   
 e.  $S_{10} = (10)^2 \times 2 + 3(10)$   
 $S_{10} = 200 + 30$   
 $S_{10} = 230$   
 f. Diketahui suku pertama dan suku ketujuh ke enam berturut-turut adalah 11 dan 20 tentukan jumlah 7 suku pertamanya

Hasil T2

Jawaban soal tes pemahaman matematis:  
 $x = U_2 - U_1 = U_3 - U_2$   
 $x = (2x + 1) - (-x + 15) = (-x + 15) - (3x - 15)$   
 $= 2x + 1 + x - 15 = -x + 15 - 3x + 15$   
 $= 3x - 14 = -4x + 30$   
 $3x + 4x = 30 - 14$   
 $7x = 16$   
 $x = \frac{16}{7}$   
 $U_1 = 3x - 15$     b.  $S_1 = 5$   
 $= 3(\frac{16}{7}) - 15$      $= \frac{48}{7} - 15$   
 $= \frac{48 - 105}{7}$      $= -\frac{57}{7}$   
 $U_2 = -x + 15$      $S_2 = S_1 + U_2$   
 $= -\frac{16}{7} + 15$      $= -\frac{16}{7} + \frac{105}{7}$   
 $= \frac{89}{7}$      $= \frac{89 - 16}{7}$   
 $U_3 = 2x + 1$      $S_3 = S_2 + U_3$   
 $= 2(\frac{16}{7}) + 1$      $= \frac{32}{7} + 1$   
 $= \frac{32 + 7}{7}$      $= \frac{39}{7}$   
 $b = U_2 - U_1$      $S_4 = S_3 + U_4$   
 $= \frac{89}{7} - \frac{16}{7}$      $= \frac{89 + 39}{7}$   
 $= \frac{73}{7}$      $= \frac{128}{7}$   
 $U_4 = 12 + \frac{16}{7} = \frac{84 + 16}{7} = \frac{100}{7}$      $S_5 = S_4 + U_5$   
 $U_5 = 12 + \frac{16}{7} + 1 = \frac{84 + 16 + 7}{7} = \frac{107}{7}$      $= \frac{128}{7} + \frac{107}{7}$   
 $= \frac{235}{7}$   
 Jml. barisan aritmetika adalah  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$   
 $S_1 = 5 = (1)^2 \times 2 + 3(1)$   
 $S_2 = 14 = (2)^2 \times 2 + 3(2)$   
 $S_3 = 27 = (3)^2 \times 2 + 3(3)$   
 $S_4 = 44 = (4)^2 \times 2 + 3(4)$   
 $S_5 = 65 = (5)^2 \times 2 + 3(5)$   
 $S_n = n^2 \times 2 + 3(n)$   
 $S_{10} = 10^2 \times 2 + 3(10)$   
 $= 200 + 30$   
 $= 230$   
 Diketahui suku ke 3 dan suku ke 4 berturut-turut adalah 5 dan 9 tentukan jumlah 5 suku pertamanya!

Hasil T3

Nama: Naja Osa Fajri  
 kelas: X-15  
 1. Dik:  $a = (5n - 15)$   
 $U_2 = (-n + 15)$   
 $U_3 = (2n + 1)$   
 a. Tentukan nilai suku 10, pertama, satu kedua dan ketiga  
 $x = U_2 - U_1 = U_3 - U_2$   
 $x = (-n + 15) - (-n + 15) = (2n + 1) - (-n + 15)$   
 $= -n + 15 + n - 15 = 2n + 1 + n - 15$   
 $= 3n - 14 = -4n + 30$   
 $3n + 4n = 30 - 14$   
 $7n = 16$   
 $n = \frac{16}{7}$   
 $U_1 = 5n - 15$      $U_2 = (-n + 15)$   
 $U_1 = 5(\frac{16}{7}) - 15$      $U_2 = -(\frac{16}{7}) + 15$   
 $U_1 = \frac{80}{7} - 15$      $U_2 = -\frac{16}{7} + 15$   
 $U_1 = \frac{80 - 105}{7}$      $U_2 = \frac{-16 + 105}{7}$   
 $U_1 = -\frac{25}{7}$      $U_2 = \frac{89}{7}$   
 $U_3 = 2n + 1$      $U_4 = (2n + 1) + U_3$   
 $U_3 = 2(\frac{16}{7}) + 1$      $= 2(\frac{16}{7}) + 1$   
 $U_3 = \frac{32}{7} + 1$      $= \frac{32 + 7}{7}$   
 $U_3 = \frac{39}{7}$   
 b. Jumlah 2 suku pertama =  $U_1 + U_2$   
 $= -\frac{25}{7} + \frac{89}{7}$   
 $= \frac{64}{7}$   
 Jumlah 3 suku pertama =  $S_3 = U_1 + U_2 + U_3$   
 $= -\frac{25}{7} + \frac{89}{7} + \frac{39}{7}$   
 $= \frac{103}{7}$   
 Jumlah 4 suku pertama =  $S_4 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$   
 $U_4 = \frac{103}{7} + U_3$   
 $= \frac{103}{7} + \frac{39}{7}$   
 $= \frac{142}{7}$   
 Jumlah 5 suku pertama =  $S_5 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5$   
 $= \frac{142}{7} + U_5$   
 $= \frac{142}{7} + \frac{103}{7}$   
 $= \frac{245}{7}$   
 c.  $S_1 = 5 = (1)^2 \times 2 + 3(1)$   
 $S_2 = 14 = (2)^2 \times 2 + 3(2)$   
 $S_3 = 27 = (3)^2 \times 2 + 3(3)$   
 $S_4 = 44 = (4)^2 \times 2 + 3(4)$   
 $S_5 = 65 = (5)^2 \times 2 + 3(5)$   
 d.  $S_1 = 1^2 \times 2 + 3(1)$   
 $S_n = n^2 \times 2 + 3n$   
 $S_2 = 2^2 \times 2 + 3(2)$   
 $S_n = n^2 \times 2 + 3n$   
 $S_3 = 3^2 \times 2 + 3(3)$   
 $S_4 = 4^2 \times 2 + 3(4)$   
 $S_n = n^2 \times 2 + 3n$   
 e.  $S_{10} = 10^2 \times 2 + 3(10)$   
 $= 200 + 30$   
 $= 230$   
 f. Diketahui suku pertama dan suku ketujuh ke enam berturut-turut adalah 11 dan 20 tentukan jumlah 7 suku pertamanya

Gambar 2. Hasil Tes Pemahaman Subjek Kategori Tinggi

Tabel 12. Lapisan Pemahaman dan *Folding Back* Subjek Kategori Tinggi

Subjek	Lapisan Pemahaman								Folding Back
	PK	IM	IH	PN	Fm	Ob	St	In	
Subjek T1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	IH→PK
Subjek T2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Fm→IH
Subjek T3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	PN→IH

Berdasarkan hasil analisis tes pemahaman matematis dan wawancara, diketahui bahwa subjek dengan pemahaman matematis tinggi mempunyai pemahaman awal yang berkaitan dengan topik dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang ia miliki, seperti menyatakan apa yang sudah diketahui dan apa yang diminta pada soal. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa lapisan pertama *primitif knowing* telah dilakukan dengan baik. Hal ini sesuai dengan pendapat Safitri (2018) dalam penelitiannya bahwa subjek telah memiliki

pengetahuan awal terhadap topik dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimilikinya.

Selanjutnya pada lapisan kedua *image making*, diketahui bahwa subjek dengan pemahaman matematis tinggi dapat membuat gambaran atau merencanakan penyelesaian berdasarkan pengetahuan awal mereka. Subjek dengan pemahaman matematis tinggi dapat melakukan gambaran awal yaitu subjek harus mencari nilai  $x$  terlebih dahulu untuk mengetahui nilai  $U_1$ ,  $U_2$  dan  $U_3$ , sehingga lapisan pemahaman *image making* sudah dicapai dengan baik oleh ketiga subjek. Hal ini sesuai dengan pendapat [Safitri \(2018\)](#) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *image making* subjek dengan pemahaman matematis tinggi dapat merencanakan penyelesaian atau membuat gambaran awal terhadap topik tersebut.

Pada lapisan pemahaman ketiga yaitu *image having*, berdasarkan hasil analisis tes pemahaman matematis dan wawancara, diketahui bahwa ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi sudah memiliki gambaran atau memiliki strategi penyelesaian soal. Ketiga subjek sudah memiliki strategi dan menjelaskan cara menentukan nilai jumlah 2 suku pertama, 3 suku pertama, 4 suku pertama, dan 5 suku pertama barisan. Sehingga dapat dikatakan ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi telah memenuhi lapisan *image having* dengan baik. Hal ini sesuai dengan pendapat [Lestari \(2020\)](#) dalam penelitiannya bahwa subjek dengan pemahaman matematis tinggi sudah memiliki gambaran dan dapat menjelaskan secara lisan tentang materi tersebut.

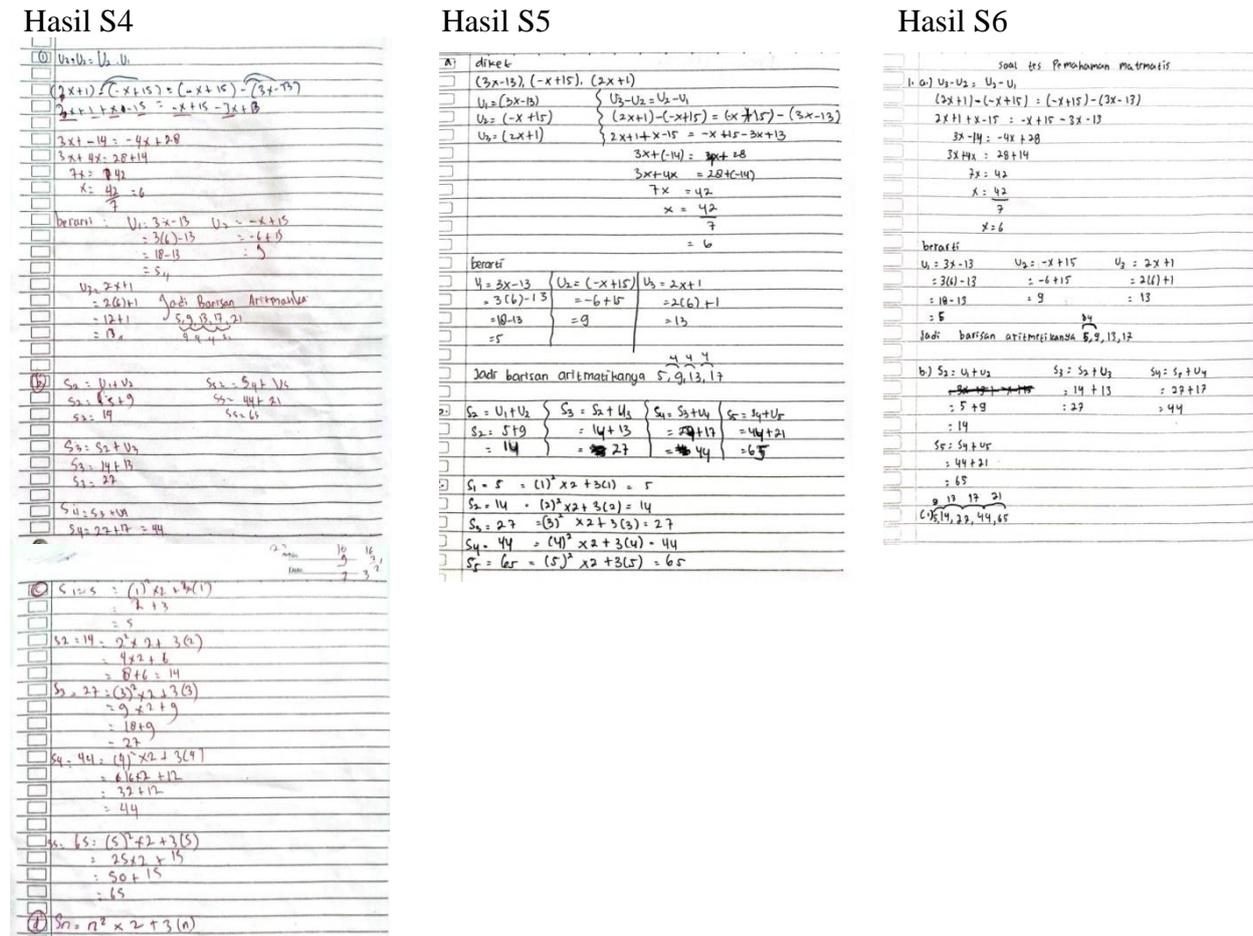
Pada lapisan pemahaman *property noticing*, ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi sudah memiliki gambaran kemudian menghubungkan antara pemahaman konsep yang telah dimiliki dengan dengan sifat-sifat yang berlaku pada materi tersebut. Ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi dapat memahami bentuk soal dan membuat pola dari hasil menghitung jumlah  $n$  suku pertama. Sehingga dapat dikatakan bahwa ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi telah memenuhi lapisan *property noticing*. Hal ini sesuai dengan pendapat [Setyawati & Ratu \(2019\)](#) dalam penelitiannya yaitu siswa yang mencapai tahap *property noticing* sudah dapat menghubungkan rencana yang digunakan dengan konsep dan sifat-sifat yang ada.

Pada lapisan pemahaman *formalising*, ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi sudah dapat memformalkan pemahamannya sendiri, sehingga dapat dikatakan bahwa ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi telah memenuhi lapisan *formalising*. Hal ini sesuai dengan pendapat [Setyawati & Ratu \(2019\)](#) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *formalising* subjek dapat mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan baik.

Pada lapisan pemahaman *observing*, ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi sudah melakukan observasi atau pemeriksaan kembali jawaban dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada lapisan *formalising*, sehingga dapat dikatakan bahwa ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi telah memenuhi lapisan *observing*. Hal ini sesuai dengan pendapat [Donuata & Pratama \(2021\)](#) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *observing* subjek dapat mengaplikasikan atau mengkoordinasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada level *formalising* untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi

Pada lapisan *structuring*, ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi sudah mampu menyusun pemahaman yang mereka miliki. Subjek juga dapat membuktikan melalui argumennya secara logis tentang kebenaran jawaban berdasarkan perkembangan pemahaman matematis mereka, sehingga dapat dikatakan bahwa ketiga subjek dengan pemahaman matematis tinggi telah memenuhi lapisan *structuring*. Hal ini sejalan dengan pendapat [Donuata & Pratama \(2021\)](#) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *structuring* subjek mampu menyusun tugas yang diberikan, mengaitkan hubungan antara teorema satu dengan yang lain serta mampu membuktikan dengan argumen yang logis.





Gambar 3. Hasil Tes Pemahaman Subjek Kategori Sedang

Tabel 13. Lapisan Pemahaman dan Folding Back Subjek Kategori Sedang

Subjek	Lapisan Pemahaman								Folding Back
	PK	IM	IH	PN	Fm	Ob	St	In	
Subjek S1	√	√	√	√	√	√	√	√	IM→PK Ob→IH
Subjek S2	√	√	√	√	√	√	√	√	Ob→IH
Subjek S3	√	√	√	√	√	√	√	√	Fm→PN
Subjek S4	√	√	√	√	√	√	√	√	Fm→IH
Subjek S5	√	√	√	√	√	√	√	√	PN→IH
Subjek S6	√	√	√	√	√	√	√	√	IH→PK

Berdasarkan hasil analisis tes pemahaman matematis dan wawancara, diketahui bahwa keenam subjek dengan pemahaman matematis sedang, memiliki pemahaman awal yang berkaitan dengan materi dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang ia miliki, mendapatkan rumus x. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa lapisan pertama *primitif knowing* telah dilakukan dengan baik. Hal ini sesuai dengan pendapat Safitri (2018) dalam penelitiannya bahwa subjek telah memiliki pengetahuan awal terhadap topik dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimilikinya.

Selanjutnya pada lapisan kedua *image making*, diketahui bahwa subjek dengan pemahaman matematis sedang dapat melakukan gambaran awal yaitu siswa harus mencari nilai  $x$  terlebih dahulu untuk mengetahui nilai  $U_1, U_2$  dan  $U_3$ , sehingga lapisan pemahaman *image making* sudah dicapai dengan baik oleh ketiga subjek. Hal ini sesuai dengan pendapat Safitri (2018) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *image making* subjek dengan pemahaman matematis sedang dapat merencanakan penyelesaian atau membuat gambaran awal terhadap topik tersebut.

Pada lapisan pemahaman ketiga yaitu *image having*, berdasarkan hasil analisis tes pemahaman matematis dan wawancara, diketahui Keenam subjek sudah memiliki strategi dan menjelaskan cara menentukan nilai jumlah 2 suku pertama, 3 suku pertama, 4 suku pertama, dan 5 suku pertama barisan. Sehingga dapat dikatakan ketiga subjek dengan pemahaman matematis sedang telah memenuhi lapisan *image having* dengan baik. Hal ini sesuai dengan pendapat Lestari (2020) dalam penelitiannya bahwa subjek dengan pemahaman matematis sedang sudah memiliki gambaran dan dapat menjelaskan secara lisan tentang materi tersebut.

Pada lapisan pemahaman *property noticing*, kelima subjek dengan pemahaman matematis sedang, sudah memiliki gambaran penyelesaian soal, dapat membuat pola dari hasil menghitung jumlah  $n$  suku pertama barisan. Sehingga dapat dikatakan bahwa subjek S1, S2, S3, S4 dan S5 telah memenuhi lapisan *property noticing*. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawati & Ratu (2019) dalam penelitiannya yaitu siswa yang mencapai tahap *property noticing* sudah dapat menghubungkan rencana yang digunakan dengan konsep dan sifat-sifat yang ada. Sedangkan untuk subjek S6 belum membuat pola, sehingga belum memenuhi lapisan *property noticing*, dimana subjek belum memformalkan pemahamannya sendiri, dan belum mampu menghubungkan rencana yang digunakan dengan konsep dan sifat-sifat yang ada.

Pada lapisan pemahaman *formalising*, keempat subjek membuat dan mengaplikasikan dalam bentuk berbagai tindakan seperti menuliskan rumus dan pengoperasian rumus, sehingga dapat dikatakan bahwa subjek S1, S2, S3 dan S4 telah memenuhi lapisan *formalising*. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawati & Ratu (2019) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *formalising* subjek dapat mengaplikasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada level sebelumnya dengan baik. Sedangkan untuk kedua subjek yaitu subjek S5 dan S6 belum dapat menformalkan sehingga belum memenuhi lapisan *formalising*.

Pada lapisan pemahaman *observing*, subjek S1, S2 dan S3 dapat mengaitkan pola dari penjumlahan  $n$ -suku pertama dan mampu menggunakan dan mengaitkannya pada permasalahan yang dihadapi yaitu mencari jumlah 10 suku pertama barisan, sehingga dapat dikatakan bahwa ketiga subjek dengan pemahaman matematis sedang telah memenuhi lapisan *observing*. Hal ini sesuai dengan pendapat Donuata & Pratama (2021) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *observing* subjek dapat mengaplikasikan atau mengkoordinasikan sifat-sifat yang telah diketahui pada level *formalising* untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi. Sedangkan untuk subjek S4, S5 dan S6 belum memenuhi lapisan *observing*, dimana subjek belum melakukan observasi atau pemeriksaan kembali jawaban dari penggunaan konsep yang telah dihubungkan pada lapisan *formalising*.

Pada lapisan *structuring*, subjek S1 dan subjek S2 sudah mampu menyusun pemahaman yang mereka miliki. dapat menyusun soal yang telah diberikan berdasarkan pengamatannya mengenai sifat yang ditanyakan pada permasalahan tersebut dengan baik dan terstruktur, sehingga dapat dikatakan bahwa subjek S1 dan subjek S2 telah memenuhi lapisan *structuring*. Hal ini sejalan dengan pendapat Donuata & Pratama (2021) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *structuring* subjek mampu menyusun tugas yang diberikan, mengaitkan hubungan antara teorema satu dengan yang lain serta mampu membuktikan dengan argumen yang logis. Sedangkan untuk subjek S3, S4, S5 dan S6 belum mengerjakan soal



Berdasarkan hasil analisis tes pemahaman matematis dan wawancara, diketahui bahwa ketiga subjek dengan pemahaman matematis rendah menunjukkan kinerja atau hasil yang kurang memuaskan pada tes tersebut dan hanya memenuhi satu sampai tiga dari delapan lapisan pemahaman saja. Pada lapisan pertama, subjek memiliki pemahaman awal yang berkaitan dengan materi dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang ia miliki, seperti menyatakan apa yang sudah diketahui dan apa yang diminta pada soal, sehingga dapat disimpulkan bahwa lapisan pertama *primitif knowing* telah tercapai. Hal ini sesuai dengan pendapat Safitri (2018) dalam penelitiannya bahwa subjek telah memiliki pengetahuan awal terhadap topik dan mampu menjelaskan pengetahuan sederhana yang dimilikinya.

Selanjutnya pada lapisan kedua *image making*, diketahui bahwa R1 dan R2 dapat membuat gambaran atau merencanakan penyelesaian berdasarkan pengetahuan awal mereka, yaitu subjek R1 dan R2 harus mencari nilai  $x$  terlebih dahulu untuk mengetahui nilai  $U_1, U_2$  dan  $U_3$  kemudian subjek R1 dan R2 juga dapat mengembangkan ide untuk menentukan nilai jumlah 2 suku pertama, 3 suku pertama, 4 suku pertama, dan 5 suku pertama barisan, sehingga lapisan pemahaman *image making* sudah dicapai dengan baik oleh ketiga subjek. Hal ini sesuai dengan pendapat Safitri (2018) dalam penelitiannya bahwa pada tahap *image making* subjek dapat merencanakan penyelesaian atau membuat gambaran awal terhadap topik tersebut. Sedangkan untuk subjek R3 tidak dapat membuat gambaran atau merencanakan penyelesaian berdasarkan pengetahuan awalnya., dengan demikian subjek R3 belum mencapai lapisan pemahaman *image making*.

Pada lapisan pemahaman ketiga yaitu *image having*, hanya R1 dan R2 yang memiliki gambaran atau memiliki strategi penyelesaian soal pemahaman tanpa mengerjakan contoh-contoh. subjek R1 dan R2 sudah memiliki strategi dan menjelaskan cara menentukan nilai jumlah  $n$  suku pertama barisan. Sehingga dapat dikatakan subjek R1 dan R2 dengan pemahaman matematis sampai pada lapisan *image having*. Hal ini sesuai dengan pendapat Lestari (2020) dalam penelitiannya bahwa siswa yang mencapai tahap *image having* sudah sudah memiliki gambaran dan dapat menjelaskan secara lisan tentang materi tersebut.

Pada lapisan pemahaman *property noticing*, ketiga subjek dengan pemahaman matematis rendah, tidak dapat memahami cara membuat pola dari hasil menghitung jumlah 2 suku pertama, 3 suku pertama, 4 suku pertama dan 5 suku pertama barisan. Sehingga dapat dikatakan bahwa ketiga subjek dengan pemahaman matematis rendah tidak sampai pada lapisan *property noticing*. Begitu pula untuk lapisan pemahaman *formalising, observing, structuring, inventising*, ketiga subjek dengan pemahaman matematis rendah belum mampu mencapai lapisan tersebut.

Berdasarkan pembahasan tersebut, salah satu dari dua subjek dengan pemahaman matematis rendah hanya memenuhi indikator lapisan pemahaman lapisan pertama yaitu pengetahuan sederhana atau pengetahuan awal. Dua yang lainnya mencapai tiga lapisan pemahaman yaitu sampai *image having* atau memiliki gambaran. Subjek dengan tingkat pemahaman rendah ini tidak menggunakan pengetahuannya secara efektif, mereka lebih mengandalkan apa yang mereka rasa benar, terutama karena lupa rumus, tanpa memverifikasi jawaban atau melakukan perhitungan matematis. Selain itu, siswa menganggap soal-soal tersebut rumit, sehingga subjek cepat menyerah dan hanya menjawab sesuai dengan keyakinan mereka, tanpa berusaha mengoptimalkan pemahaman atau perhitungan mereka. Hal ini menunjukkan bahwa subjek dengan pemahaman matematis yang rendah belum mampu mencapai pemahaman yang baik, karena hanya memenuhi satu sampai tiga dari delapan lapisan pemahaman menurut teori Pirie Kieren.

Berdasarkan analisis yang dilakukan, bentuk *folding back* yang dialami oleh ketiga subjek berkemampuan pemahaman matematis rendah adalah bekerja pada lapisan lebih dalam yaitu

kembali ke lapisan yang lebih dalam tanpa keluar topik dan menggunakan pengetahuan yang sudah ada. Bentuk *folding back* tersebut merupakan bentuk-bentuk *folding back* yang disampaikan oleh [Suliswo \(2014\)](#).

## Simpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan terkait lapisan pemahaman dan *folding back* menurut teori Pirie-Kieren mengenai konsep deret aritmetika siswa MA yang dilakukan di Kelas X B MAN 1 Kota Cilegon menunjukkan bahwa terdapat 7 siswa (27%) yang termasuk ke dalam kategori siswa berkemampuan pemahaman matematis tinggi; 12 siswa (46%) yang termasuk ke dalam kategori siswa berkemampuan pemahaman matematis sedang, dan 7 siswa (27%) yang termasuk ke dalam kategori siswa berkemampuan pemahaman matematis rendah. Siswa dengan kemampuan pemahaman matematis tinggi memiliki pemahaman yang baik dan mampu memenuhi semua lapisan pemahaman menurut teori Pirie Kieren yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalising*, *observing*, *structuring*, dan *inventising*. Siswa dengan kemampuan pemahaman matematis tinggi mengalami dua bentuk *folding back* yaitu bekerja pada lapisan lebih dalam dan mengumpulkan lapisan lebih dalam karena ingin memeriksa jawabannya hingga menghasilkan jawaban yang tepat. Siswa dengan kemampuan pemahaman matematis sedang memiliki pemahaman yang cukup baik dan mampu memenuhi tiga sampai tujuh lapisan pemahaman menurut teori Pirie Kieren yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalising*, dan *observing*. dan *structuring*. Siswa dengan kemampuan pemahaman matematis sedang mengalami dua bentuk *folding back* yaitu bekerja pada lapisan lebih dalam dan mengumpulkan lapisan lebih dalam karena ingin memeriksa jawabannya hingga menghasilkan jawaban yang tepat. Siswa dengan kemampuan pemahaman matematis rendah memiliki pemahaman yang kurang baik dan hanya memenuhi satu sampai tiga lapisan pemahaman menurut teori Pirie Kieren yaitu *primitive knowing*, *image making*, dan *image having*. Siswa dengan kemampuan pemahaman matematis rendah hanya mengalami satu bentuk *folding back* yaitu bekerja pada lapisan lebih dalam. Penelitian ini hanya fokus pada analisis pemahaman dan *folding back* siswa MA dalam konsep deret aritmetika, tanpa mempertimbangkan faktor-faktor eksternal lainnya. Bagi peneliti yang tertarik mengambil penelitian serupa, disarankan untuk mengembangkan topik penelitian yang berbeda dari penelitian sebelumnya, baik dalam hal jenjang pendidikan maupun materi matematika yang dibahas.

## Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan

## Kontribusi Penulis

Semua penulis menyatakan bahwa versi final makalah ini telah dibaca dan disetujui. R.N. sebagai peneliti turun langsung ke lapangan untuk mengambil data kemudian menganalisisnya. Penulis lainnya (C.A.H.F.S.) berpartisipasi aktif sebagai pembimbing, yang memberikan ilmu, arahan dalam pengembangan teori, analisi data, serta hasil dan pemnahasanya. Seluruh Penulis menyatakan bahwa versi final artikel ini telah dibaca dan disetujui. Total persentase untuk menunjukkan kontribusi penyusunan artikel ini adalah sebagai berikut: R.N.: 60%, C.A.H.F.S.: 40%.

## Pernyataan Ketersediaan Data

Penulis menyatakan data yang mendukung hasil penelitian ini akan disediakan oleh penulis koresponden, [C.A.H.F.S], atas permintaan yang wajar.

## Referensi

- Asrulla, Risnita, Jailani, M. S., & Jeka, F. (2023). Populasi dan Sampling (Kuantitatif), Serta Pemilihan Informan Kunci (Kualitatif) dalam Pendekatan Praktis. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 7(3), 26320–26332.
- Donuata, I. G., & Pratama, F. W. (2021). Lapisan Pemahaman Konsep Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Soal Logaritma. *Aksioma*, 10(3), 1541–1553. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>
- Hardiyanti, A. (2016). Analisis Kesulitan Siswa Kelas IX SMP Dalam Menyelesaikan Soal Pada Materi Barisan Dan Deret. *Prosiding Konferensi Nasional Penelitian Matematika Dan Pembelajarannya (KNPMP) I Universitas Muhammadiyah Surakarta, Knmp I*, 78–88.
- Lestari, K. E., & Yudhanegara, M. R. (2015). *Penelitian Pendidikan Matematika*. Bandung: PT. Refika Aditama.
- Lestari, N. P. (2020). Proses Pertumbuhan Pemahaman Menurut Teori Pirie-Kieren pada Konsep Deret Aritmetika Siswa SMA. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Matematika*, 2(1), 42–50. <https://doi.org/10.36379/jipm.v2i1.127>
- Martin, L., & Towers, J. (2016). Folding back and growing mathematical understanding: a longitudinal study of learning. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 5(4), 281–294. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-04-2016-0010>
- Muliawati, N. E. (2020). Lapisan Pemahaman Mahasiswa Calon Guru Matematika Dengan Tipe Middle Ability Dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Grup Berdasarkan Teori Pirie-Kieren. *JEMS: Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains*, 8(2), 157–164. <https://doi.org/10.25273/jems.v8i2.7592>
- Nurajijah, M., Khaerunnisa, E., & Hadi FS, C. A. (2023). Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa Berdasarkan Teori Apos Pada Materi Program Linear. *Jurnal Educatio*, 9(2), 785–797. <https://doi.org/10.31949/educatio.v9i2.4800>
- Nurfadila, D., Setiani, Y., & Hadi FS, C. A. (2022). Kemampuan Pemahaman Konsep dan Minat Belajar Matematika Siswa Ditinjau dari Perspektif Gender. *Jurnal Educatio FKIP UNMA*, 8(4), 1434–1443. <https://doi.org/10.31949/educatio.v8i4.3800>
- Patmaniar, Amin, S. M., & Sulaiman, R. (2021). Students' Growing Understanding in Solving Mathematics Problems Based on Gender: Elaborating Folding Back. *Journal on Mathematics Education*, 12(3), 507–530. <https://doi.org/10.22342/JME.12.3.14267.507-530>
- Pirie, S., & Martin, L. (2000). The role of collecting in the growth of mathematical understanding. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 127–146. <https://doi.org/10.1007/BF03217080>
- Pratiwi, R. D., Fathurrohman, M., Santosa, C. A. H. F., & Pujiastuti, H. (2022). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Ditinjau Dari Kemampuan Awal Matematis Siswa. *Jurnal Penelitian Dan Pembelajaran Matematika*, 15(2), 153. <https://doi.org/10.30870/jppm.v15i2.15639>
- Rismayanti, E., Kartasasmita, B. G., & In In Supianti. (2020). Peningkatan Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa Melalui Model Pembelajaran Think Pair Share. *Jurnal*

- Nasional Pendidikan Matematika*, 4(1), 154–167.  
<https://doi.org/10.33603/jnpm.v4i1.2930>
- Safitri, R. I., Mulyani, S., & Ratu, N. (2018). Profil lapisan pemahaman konsep siswa SMP terkait garis tinggi segitiga. *Jurnal Ilmiah Edukasi Matematika*, 6(2), 65–78.  
<https://doi.org/10.25139/smj.v6i2.1141>
- Sagala, V. (2016). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi dan Bentuk Folding Back Mahasiswa Calon Guru Berkemampuan Matematika Tinggi Berdasarkan Gender. *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 1(2), 183–198.  
<https://doi.org/10.30651/must.v1i2.237>
- Santosa, C. A. H. F., Rafianti, I., & Yulistiany, D. (2022). Worked-Example Method on Mathematical Problem-Solving Ability in term of Students' Initial Ability. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 13(2), 210–220.  
<https://doi.org/10.15294/kreano.v13i2.33301>
- Setyawati, R. D., & Ratu, N. (2019). Lapisan Pemahaman Konsep Matematika Dalam Soal Pisa Pada Siswa Sma Kelas X. *Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 8(1), 193–204.  
<https://ojs.fkip.ummetro.ac.id/index.php/matematika/article/view/1890>
- Sudijono, A. (2015). *Pengantar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Rajawali Pers.
- Sugiyono. (2022). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Susiswo. (2014). Folding Back Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Limit Berdasarkan Pengetahuan Konseptual dan Pengetahuan Prosedural. *Prosiding Seminar Nasional TEQIP (Teachers Quality Improvement Program) Dengan Tema “Membangun Karakter Bangsa Melalui Pembelajaran Bermakna TEQIP*, 1 Desember.
- Syamsuri, S., & Santosa, C. A. H. F. (2017). Karakteristik Pemahaman Mahasiswa dalam Mengonstruksi Bukti Matematis. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, 2(2), 131–143. <https://doi.org/10.15642/jrpm.2017.2.2.131-143>
- Widyastuti, W., Juandi, D., & Hasanah, A. (2023). Proses Folding Back Siswa Dengan Resiliensi Matematis Sangat Tinggi Pada Masalah Open-Ended. *JUMLAHKU: Jurnal Matematika Ilmiah STKIP Muhammadiyah*, 9(1), 62–73.  
<https://doi.org/https://dx.doi.org/10.33222/jumlahku.v9i1.2644>

## Biografi Penulis

	<p><b>Reza Nurussofa</b> merupakan mahasiswa program studi pendidikan matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Serang, Banten, Indonesia. Minat penelitiannya adalah Analisis pemahaman dan <i>folding back</i> siswa menurut teori Pirie Kieren pada konsep deret aritmetika. Phone: +6289619879706 Email: <a href="mailto:225200019@untirta.ac.id">225200019@untirta.ac.id</a></p>
	<p><b>Cecep Anwar Hadi Firdos Santosa</b> merupakan salah satu dosen dan menjabat sebagai lektor kepala di program studi pendidikan matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Serang, Banten, Indonesia. Beliau juga seorang akademisi dan peneliti di bidang pendidikan matematika. Beliau menyelesaikan studi doktoralnya di Universitas Pendidikan Indonesia (UPI) pada tahun 2018. Email <a href="mailto:cecepanwar@untirta.ac.id">cecepanwar@untirta.ac.id</a></p>