

## Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menghitung Integral Rangkap

Nida Sri Utami 

**How to cite** : Utami, N. S. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menghitung Integral Rangkap. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 4(2), 723 - 734. <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i2.1939>

To link to this article : <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i2.1939>



Opened Access Article



Published Online on 05 August 2024



[Submit your paper to this journal](#)



## Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menghitung Integral Rangkap

Nida Sri Utami<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Muhammadiyah Surakarta

### Article Info

#### Article history:

Received Jul 23, 2024

Accepted Aug 02, 2024

Published Online Aug 05, 2024

#### Keywords:

Analisis Kesalahan  
Fungsi Peubah Banyak  
Integral

### ABSTRAK

Salah satu permasalahan yang dialami mahasiswa saat ini adalah adanya kecenderungan mahasiswa melakukan kesalahan ketika menyelesaikan masalah integral fungsi peubah banyak. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan materi integral rangkap fungsi peubah banyak. Metode yang digunakan adalah deskriptif kualitatif dengan melibatkan 32 mahasiswa pendidikan matematika semester kelima di Universitas Muhammadiyah Surakarta tahun akademik 2022/2023. Data dalam penelitian ini diperoleh dengan tes, wawancara dan dokumentasi. Untuk mengetahui kesalahan mahasiswa diberikan soal tes, kemudian itu dilakukan wawancara untuk membandingkan hasil. Teknik analisis yang digunakan adalah reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa : (1) mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi tidak ditemukan kesalahan prosedural maupun konseptual, dan (2) mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang dan rendah mempunyai kesalahan secara konseptual, namun benar secara prosedural. Kesalahan konseptual ini disebabkan karena kurangnya pemahaman konsep tentang menyelesaikan integral parsial.



This is an open access under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) licence



### Corresponding Author:

Nida Sri Utami,  
Program Studi Pendidikan Matematika,  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,  
Universitas Muhammadiyah surakarta,  
Jl. A. Yani, Mendungan, Pabelan, Kec. Kartasura, Kabupaten Sukoharjo, Jawa Tengah 57162  
ID Scopus: 57230750700  
Email: [nsu143@ums.ac.id](mailto:nsu143@ums.ac.id)

## Pendahuluan

Mata kuliah kalkulus differensial, kalkulus integral, dan juga kalkulus peubah banyak merupakan mata kuliah yang wajib. Mata kuliah ini berisi konsep-konsep dasar matematika yang akan sangat diperlukan dalam memecahkan berbagai permasalahan dalam berbagai bidang (Monariska, 2019). Mata kuliah kalkulus peubah banyak merupakan kelanjutan dari mata kuliah kalkulus diferensial dan kalkulus integral. Kalkulus peubah banyak mempelajari materi turunan fungsi lebih dari satu variabel beserta penggunaannya, dan juga integral fungsi lebih dari satu variabel beserta penggunaannya. Dalam mempelajari integral diperlukan ketelitian, keterampilan dan kecepatan berpikir karena integral mempunyai karakteristik yang

abstrak (Parinata & Puspaningtyas, 2022). Berdasarkan hasil observasi saat awal memberikan materi integral rangkap, masih ada beberapa mahasiswa yang mengalami kesalahan saat mengerjakan. Ada yang belum bisa memahami langkah pengintegralan, dan ada yang belum bisa menyelesaikan perhitungan hasil integralnya. Oleh karena itu perlu diadakan analisis terhadap kesalahan-kesalahan mahasiswa tersebut.

Ada beberapa faktor dari kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral termasuk mahasiswa tidak hati-hati dalam menyelesaikan soal, mahasiswa kurang memahami menentukan bagian atas dan batas bawah, mahasiswa belum memahami teknik integrasi, dan mahasiswa hanya menghafal konsep atau rumus tanpa makna memahami (Wahyuni et al., 2019). Selain itu, terdapat 4 jenis kesalahan yang dilakukan siswa yaitu kesalahan konsep sebesar 36,7%, kesalahan fakta sebesar 3,3%, kesalahan prinsip sebesar 5%, dan kesalahan operasi sebesar 20%, artinya, sebagian besar siswa mempunyai kesalahan konsep dalam mengerjakan soal integral (Amelia & Yadrika, 2019). Kenyataan yang muncul di lapangan bukan mahasiswa tidak memahami konsep dasar dari integral tak tentu namun masalah yang muncul mahasiswa/i sering kurang teliti dalam pengoperasian angka-angka dan juga mahasiswa kurang memahami maksud dari permintaan soal (Kairuddin, 2017).

Pada materi matematika secara umum, ada beberapa kesalahan yang dilakukan siswa saat mengerjakan soal matematika. Siswa masih banyak melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah matematis (Wahyuni & Aima, 2022). Jenis kesalahan yang dilakukan siswa adalah kesalahan fakta, kesalahan prosedur, dan kesalahan karena kecerobohan (Pradini, 2019). Kesalahan yang ditimbulkan siswa dalam menyelesaikan masalah atau soal matematika cukup tinggi pada tahap memahami masalah, melaksanakan rencana penyelesaian, dan memeriksa kembali penyelesaian (Kamila & Adirakasiwi, 2021). Faktor yang menyebabkan siswa melakukan kesalahan prosedural yaitu tidak terbiasa menuliskan hal yang diketahui dan ditanyakan, tidak dapat menghitung dengan tepat, lupa untuk menuliskan hasil akhir yang diperoleh dan bingung dengan simbol yang harus dituliskan (Ayuningtyas et al., 2021). Jika ditinjau dari kemampuan matematis siswa, siswa berkemampuan tinggi lebih mudah memahami dan terampil menggunakan pengetahuan prosedural dibandingkan dengan siswa yang berkemampuan sedang dan rendah (Zaini, 2019). Siswa dalam mengerjakan soal matematika pada materi Aritmatika Sosial prosentase kesalahan yang dilakukan siswa adalah kesalahan konsep sebesar 66,9% , kesalahan prosedur sebesar 11,1% , dan kesalahan teknis sebesar 22,0% (Jefrizal et al., 2021). Kesalahan yang ditampilkan siswa ada dua macam kesalahan, yaitu kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural. Kesalahan konseptual menunjukkan kegagalan dalam memahami konsep-konsep aljabar, sedangkan kesalahan prosedural terjadi ketika siswa gagal memanipulasi konsep yang dipelajari (Siyepu, 2015).

Berdasarkan paparan tentang beberapa kesalahan siswa dalam mengerjakan soal matematika, peneliti menganalisis kesalahan mahasiswa saat mengerjakan soal integral rangkap. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kesalahan apa saja yang dilakukan mahasiswa saat mengerjakan soal integral rangkap. Diharapkan penelitian ini kelak dapat menjadi salah satu acuan guru ataupun dosen dalam merancang pembelajaran materi kalkulus integral peubah banyak supaya mahasiswa dapat memahami materi integral rangkap lebih baik..

## Metode

### Jenis Penelitian

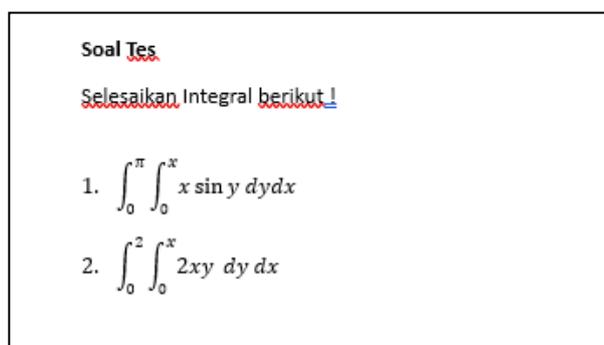
Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif yaitu penelitian yang menjelaskan tentang analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral rangkap fungsi peubah banyak.

## Subjek

Penelitian ini di laksanakan pada semester gasal tahun pelajaran 2022/2023 terhadap mahasiswa semester 3 program studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Surakarta yang berjumlah 32 mahasiswa.

## Instrumen dan Prosedur Pengumpulan Data

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa soal tes dan pedoman wawancara. Soal tes terdiri dari dua soal integral rangkap yang sudah terlebih dahulu divalidaasi oleh dosen Pendidikan Matematika, FKIP, UMS. Soal ini berisi integral fungsi peubah banyak, dengan salah satu soalnya memuat fungsi trigonometri. Instrumen soal yang digunakan ditampilkan pada [Gambar 1](#) berikut:



**Gambar 1.** Instrumen Soal Tes

Semua mahasiswa yang berjumlah 32 mahasiswa diminta mengerjakan dua soal ini. Setelah semua selesai mengerjakan, hasil jawaban mahasiswa dianalisis.

## Analisis

Setelah hasil jawaban mahasiswa dikoreksi dengan diberi nilai, kemudian hasilnya dikategorikan menjadi 3 kelompok berdasarkan rentang nilai tersebut, yaitu mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi, sedang, dan juga rendah. Kategori pengelompokan mahasiswa ditampilkan pada [Tabel 1](#) berikut:

**Tabel 1.** Kategori Kemampuan Matematika Mahasiswa

| Skor                     | Kategori |
|--------------------------|----------|
| $x > 64.91$              | Tinggi   |
| $6.96 \leq x \leq 64.91$ | Sedang   |
| $x < 6.96$               | Rendah   |

Setelah dikelompokkan menjadi 3 kategori tersebut, subjek diambil berdasarkan teknik random sampling, dengan mengambil 3 subjek dari 32 mahasiswa secara acak, yaitu diambil satu mahasiswa dalam kategori kemampuan matematika tinggi, satu mahasiswa dengan kategori kemampuan matematika sedang, dan satu mahasiswa dengan kategori kemampuan matematika rendah masing-masing akan dianalisis kesalahannya terkait kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural. Teknik pengumpulan data pada penelitian ini adalah tes tertulis, wawancara, dan dokumentasi. Untuk menguji keabsahan data dilakukan dengan triangulasi metode dengan membandingkan hasil tes tertulis dengan wawancara.

## Hasil Penelitian dan Diskusi

Penelitian ini menjelaskan tentang analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral rangkap. Jawaban dari mahasiswa dianalisis kesalahan konseptual dan kesalahan prosedural. Kesalahan konseptual adalah kesalahan saat menentukan dan menggunakan teorema untuk menyelesaikan masalah, dan kesalahan prosedural adalah kesalahan dalam menggunakan aturan untuk melakukan penyelesaian (Winarso & Toheri, 2021).

Untuk menganalisis jawaban mahasiswa selain melalui hasil soal tes, juga melalui wawancara kepada mahasiswa. Jawaban mahasiswa dinilai dengan, kemudian hasilnya dikategorikan menjadi 3 kelompok berdasarkan rentang nilai tersebut, yaitu mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi, sedang, dan juga rendah. Berikut merupakan hasil analisis kesalahan untuk masing-masing kategori yang diambil 1 mahasiswa secara acak. Hasil lembar jawab mahasiswa dianalisis, dan diperoleh hasil berikut:

### Mahasiswa dengan kemampuan Tinggi (T)

#### Jawaban soal 1

Jawaban mahasiswa T soal nomor 1 dapat dilihat pada Gambar 2 berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\pi} \int_0^x x \sin y \, dy \, dx &= \int_0^{\pi} [x(-\cos y)]_0^x \, dx \\
 &= \int_0^{\pi} [-x \cos y]_0^x \, dx \\
 &= \int_0^{\pi} (-x \cos x) - (-x \cos 0) \, dx \\
 &= \int_0^{\pi} (-x \cos x + x) \, dx \\
 &= \int_0^{\pi} -x \cos x \, dx + \int_0^{\pi} x \, dx \\
 &= (-x \sin x - \cos x + C) + (\frac{1}{2}x^2 + C) \\
 &= [-x \sin x - \cos x + \frac{1}{2}x^2]_0^{\pi} \\
 &= [-\pi \sin \pi - \cos \pi + \frac{1}{2}\pi^2] - (0 \sin 0 - \cos 0 + 0) \\
 &= (1 + \frac{1}{2}\pi^2 + 1) \\
 &= 2 + \frac{1}{2}\pi^2
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Jawaban T soal 1

Mahasiswa dapat mengerjakan integral rangkap dengan langkah-langkah yang benar, perhitungannya juga benar. Mahasiswa dapat menentukan rumus integral  $x \sin y$  yang diintegrasikan terhadap  $y$ , dan mampu menyelesaikan perhitungannya. Setelah itu mahasiswa mampu menyelesaikan integral parsial dari  $(-x \cos x)$  yang diintegrasikan terhadap  $x$ , setelah itu mahasiswa mampu mensubstitusikan batas-batasnya dengan benar. Selain itu mahasiswa juga mampu menyelesaikan  $\int x \, dx$ . Dapat diartikan mahasiswa tersebut sudah mampu memahami ide tentang integral rangkap, mampu memahami bahwa fungsi tersebut  $f(x, y)$  diintegrasikan terlebih dahulu terhadap  $y$  kemudian setelah selesai, diintegrasikan terhadap  $x$ .

Saat mengintegrasikan fungsi terhadap  $y$  hasil fungsinya benar, kemudian saat mensubstitusikan batas-batasnya juga benar. Kemudian mahasiswa mengintegrasikan fungsi terhadap  $x$  diperoleh hasil integralnya benar, dan juga mensubstitusikan batas-batasnya juga benar.

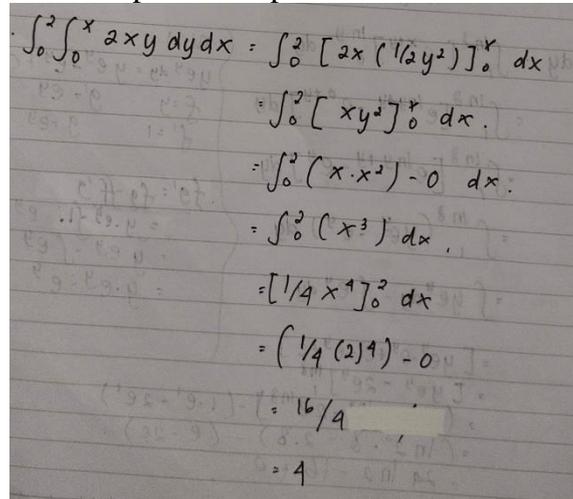
Hasil wawancara dengan mahasiswa sebagai berikut:

- P* : Mbak apakah anda mengetahui apa informasi soal nomor 1?  
*T* : Iya Bu, saya tahu  
*P* : Apakah anda tau bagaimana langkah mengerjakan bentuk integral rangkap seperti itu? bagaimana langkahnya  
*T* : Iya Bu, diintegrasikan dulu terhadap y, kemudian hasilnya baru diintegrasikan terhadap x  
*P* : Apakah anda tau bagaimana mencari integral  $x \sin y$  dy dan hasilnya apa?  
*T* : Tahu bu, hasilnya  $-x \sin x - \cos x + \frac{1}{2}x^2$   
*P* :  $\sin \pi$  nilai nya berapa mbak?  
*T* : 0 Bu  
*P* :  $\cos \pi$  berapa mbak?  
*T* : -1 Bu  
*P* :  $\sin 0$  nilai nya berapa mbak?  
*T* : 0 Bu  
*P* :  $\cos 0$  berapa mbak?  
*T* : 1 Bu

Berdasarkan hasil jawaban tertulis mahasiswa, dan hasil wawancara mahasiswa dapat disimpulkan mahasiswa dapat menentukan integral dengan benar, secara konseptual dan prosedural. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Sarwadi & Shahrill (2014) menyatakan bahwa suatu kesalahan siswa dapat mencerminkan pemahaman siswa tersebut dalam sebuah konsep matematika yang digunakan untuk menjawab soal matematika itu sendiri. Artinya jika mahasiswa dapat mengerjakan benar secara konsep, berarti mahasiswa sudah paham terhadap materi tersebut.

## Jawaban soal 2

Jawaban T soal nomor 2 dapat dilihat pada Gambar 3 berikut:



The image shows a student's handwritten solution for a double integral problem. The work is written on lined paper and shows the following steps:

$$\begin{aligned} \int_0^2 \int_0^x 2xy \, dy \, dx &= \int_0^2 [2x (\frac{1}{2}y^2)]_0^x \, dx \\ &= \int_0^2 [xy^2]_0^x \, dx \\ &= \int_0^2 (x \cdot x^2) - 0 \, dx \\ &= \int_0^2 (x^3) \, dx \\ &= [\frac{1}{4}x^4]_0^2 \, dx \\ &= (\frac{1}{4}(2^4)) - 0 \\ &= \frac{16}{4} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Gambar 3. Jawaban T soal 2

Mahasiswa dapat mengerjakan integral rangkap dengan langkah-langkah yang benar, dan perhitungannya juga benar. Mahasiswa mampu menentukan integral  $2xy$  terhadap  $y$  dengan benar, dan mensubstitusikan batasnya dengan benar, setelah itu mahasiswa mampu menentukan integral dari  $x^3$  terhadap  $x$  dan dapat mensubstitusikan batas-batasnya dengan benar.

Dapat diartikan mahasiswa tersebut sudah mampu memahami ide tentang integral rangkap, mampu memahami bahwa fungsi tersebut  $f(x,y)$  diintegrasikan terlebih dahulu terhadap  $y$  kemudian setelah selesai, diintegrasikan terhadap  $x$ .

Saat mengintegalkan fungsi terhadap  $y$  hasil fungsinya benar, kemudian saat mensubstitusikan batas-batasnya juga benar. Kemudian mahasiswa mengintegalkan fungsi terhadap  $x$  diperoleh hasil integralnya benar, dan juga mensubstitusikan batas-batasnya juga benar.

Hasil wawancara dengan mahasiswa sebagai berikut:

P : Mbak apakah anda mengetahui apa informasi soal nomor 1?

T : Iya Bu, saya tahu

P : Apakah anda tau bagaimana langkah mengerjakan bentuk integral rangkap seperti itu? bagaimana langkahnya

T : Iya Bu, diintegalkan dulu terhadap  $y$ , kemudian hasilnya baru diintegalkan terhadap  $x$

P : Apakah anda tau bagaimana mencari  $\int_0^x 2xy \, dy$ , dan hasilnya apa?

T : Tahu bu, hasilnya  $x^3$  Bu.

P : Apakah anda tau bagaimana mencari integral  $\int x^3 \, dx$

T : Tahu bu, hasilnya  $\frac{1}{4}x^4$  Bu

Dapat disimpulkan bahwa mahasiswa dapat menentukan integral dengan benar, secara konseptual dan prosedural. Dapat disimpulkan mahasiswa sudah paham terhadap konsep tentang integral, dan integral rangkap. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Sarwadi & Shahrill (2014) menyatakan bahwa suatu kesalahan siswa dapat mencerminkan pemahaman siswa tentang sebuah konsep matematika yang digunakan dalam menjawab soal matematika tersebut. Jika mahasiswa

### Mahasiswa dengan Kemampuan Matematika Sedang (S)

#### Jawaban soal 1

Jawaban soal 1 untuk mahasiswa dengan motivasi belajar sedang dapat dilihat pada Gambar 4 berikut:

3)  $\int_0^{\pi} \int_0^x x \sin y \, dy \, dx$

Penyelesaian:

$$\int_0^{\pi} \int_0^x x \sin y \, dy \, dx = \int_0^{\pi} \left[ -x \cos y \right]_0^x \, dx$$

$$= \int_0^{\pi} [-x \cos x] - [-x \cos 0] \, dx$$

misal:  $\int u \, dv = uv - \int v \, du$

$$u = -x \quad dv = \cos x$$

$$du = -1 \quad v = \sin x$$

$$= -x \sin x - \int -\sin x \, dx = \int_0^{\pi} (-x \cos x) \, dx + \int_0^{\pi} x \, dx$$

$$= -x \sin x - (\cos x)$$

$$= \left[ -x \sin x - \cos x + \frac{x^2}{2} \right]_0^{\pi}$$

$$= (-\pi \sin \pi - \cos \pi + \frac{\pi^2}{2}) - (0 \sin 0 - \cos 0 + 0)$$

$$= (-\pi(-1) - 0 + \frac{\pi^2}{2}) - (0 - 1 + 0)$$

$$= \pi + \frac{\pi^2}{2} + 1 = \frac{2\pi + \pi^2 + 2}{2} = \frac{\pi^2 + 2\pi + 2}{2}$$

Gambar 4. Jawaban S soal 1

Mahasiswa tersebut sudah mampu memahami ide tentang integral rangkap, mampu memahami bahwa fungsi tersebut  $f(x, y)$  diintegalkan terlebih dahulu terhadap  $y$  kemudian

setelah selesai, diintegrasikan terhadap  $x$ .

Mahasiswa dapat menentukan rumus integral  $x \sin y$  yang diintegrasikan terhadap  $y$ , dan mampu menyelesaikan perhitungannya. Setelah itu mahasiswa mampu menyelesaikan integral parsial dari  $(-x \cos x)$  yang diintegrasikan terhadap  $x$ , setelah itu mahasiswa mampu mensubstitusikan batas-batasnya dengan benar. Kemudian mahasiswa mengintegrasikan fungsi terhadap  $x$  diperoleh hasil fungsinya benar, namun saat mensubstitusikan batasnya salah. Mahasiswa menghitung  $\sin \pi = -1$ , padahal seharusnya  $\sin \pi = 0$ , artinya mahasiswa tersebut salah secara konseptual.

Hasil jawaban mahasiswa tersebut juga telah dikonfirmasi, dan hasilnya sesuai dengan hasil wawancara berikut:

*P : Mbak apakah anda mengetahui apa informasi soal nomor 1?*

*S : Iya Bu, saya tahu*

*P : Apakah anda tau bagaimana langkah mengerjakan bentuk integral rangkap seperti itu? bagaimana langkahnya*

*S : Iya Bu, diintegrasikan dulu terhadap  $y$ , kemudian hasilnya baru diintegrasikan terhadap  $x$*

*P : Apakah anda tau bagaimana mencari  $\int_0^x x \sin y dy$ , dan hasilnya apa?*

*S : Tahu bu, hasilnya  $-x \sin x - \cos x + \frac{1}{2} x^2$*

*P :  $\sin \pi$  nilainya berapa mbak?*

*S : -1 Bu*

Berdasarkan hasil jawaban tertulis dan juga hasil wawancara mahasiswa tersebut dapat disimpulkan berarti mahasiswa tersebut menentukan integral rangkap benar secara prosedural, namun salah secara konseptual. Kesalahan konseptual ini terjadi karena kesalahan mahasiswa dalam konsep trigonometri. Artinya jika mahasiswa dapat mengerjakan benar secara konsep, berarti mahasiswa sudah paham terhadap materi tersebut.

## Jawaban soal 2

Jawaban soal 2 untuk mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang dapat dilihat pada [Gambar 5](#) berikut:

Handwritten solution for a double integral problem:

$$\begin{aligned}
 & 1) \int_0^2 \int_0^x 2xy \, dy \, dx \\
 & \text{penyelesaian} \\
 & \int_0^2 \int_0^x 2xy \, dy \, dx = \int_0^2 \left[ \frac{2xy^2}{2} \right]_0^x dx \\
 & = \int_0^2 \left[ \frac{2x^3}{2} \right] - 0 \, dx \\
 & = \int_0^2 x^3 \, dx \\
 & = \left[ \frac{1}{4} x^4 \right]_0^2 \\
 & = \frac{1}{4} (2)^4 - 0 \\
 & = \frac{16}{4} = 4
 \end{aligned}$$

**Gambar 5.** Jawaban S soal 2

Mahasiswa menyelesaikan integral rangkap dengan Langkah-langkah yang benar, dan

perhitungan juga benar. Mahasiswa mampu menentukan integral  $2xy$  terhadap  $y$  dengan benar, dan mensubstitusikan batasnya dengan benar, setelah itu mahasiswa mampu menentukan integral dari  $x^3$  terhadap  $x$  dan dapat mensubstitusikan batas-batasnya dengan benar.

Dapat diartikan mahasiswa tersebut sudah mampu memahami ide tentang integral rangkap, mampu memahami bahwa fungsi tersebut  $f(x,y)$  diintegrasikan terlebih dahulu terhadap  $y$  kemudian setelah selesai, diintegrasikan terhadap  $x$ .

Saat mengintegrasikan fungsi terhadap  $y$  hasil fungsinya benar, kemudian saat mensubstitusikan batas-batasnya juga benar. Kemudian mahasiswa mengintegrasikan fungsi terhadap  $x$  diperoleh hasil integralnya benar, dan juga mensubstitusikan batas-batasnya juga benar.

Hasil wawancara dengan mahasiswa sebagai berikut:

*P : Mbak apakah anda mengetahui apa informasi soal nomor 1?*

*S : Iya Bu, saya tahu*

*P : Apakah anda tau bagaimana langkah mengerjakan bentuk integral rangkap seperti itu? bagaimana langkahnya*

*S : Iya Bu, diintegrasikan dulu terhadap  $y$ , kemudian hasilnya baru diintegrasikan terhadap  $x$*

*P : Apakah anda tau bagaimana mencari  $\int_0^x 2xy \, dy$ , dan hasilnya apa?*

*S : Tahu bu, hasilnya  $x^3$  Bu.*

*P : Apakah anda tau bagaimana mencari  $\int x^3 \, dx$*

*S : Tahu bu, hasilnya  $\frac{1}{4}x^4$  Bu*

Dapat disimpulkan bahwa mahasiswa dapat menentukan integral dengan benar, secara konseptual dan prosedural. Menurut penelitian yang dilakukan oleh [Sarwadi & Shahrill \(2014\)](#) menyatakan bahwa suatu kesalahan siswa dapat mencerminkan pemahaman siswa tersebut dalam sebuah konsep matematika yang digunakan untuk menjawab soal matematika itu sendiri. Artinya jika mahasiswa dapat mengerjakan benar secara konsep, berarti mahasiswa sudah paham terhadap materi tersebut.

## Mahasiswa ngan Kemampuan Matematika Rendah

### Jawaban soal 1

Jawaban soal untuk mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah dapat dilihat pada [Gambar 6](#) berikut:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \int_y^x x \sin y \, dy \, dx &= \int_0^{\pi} [x \cos y]_y^x \, dx \\ &= \int_0^{\pi} [x \cos x] - [x \cos 0] \, dx \\ &= \int_0^{\pi} (x \cos x) - (x(1)) \, dx \\ &= \int_0^{\pi} x \cos x - x \, dx \\ &= \left[ -x \sin x - \frac{1}{2} x^2 \right]_0^{\pi} \\ &= \end{aligned}$$

**Gambar 6.** Jawaban R soal 1

Mahasiswa tersebut sudah mampu memahami ide tentang integral rangkap, mampu memahami bahwa fungsi tersebut  $f(x, y)$  diintegrasikan terlebih dahulu terhadap  $y$  kemudian setelah selesai, diintegrasikan terhadap  $x$ .

Saat mengintegrasikan fungsi terhadap  $y$  hasil fungsinya salah. Mahasiswa tersebut menuliskan  $\int xsiny dy = xcosy$ , padahal seharusnya  $\int xsiny dy = -xcosy$ . Kemudian mahasiswa mengintegrasikan  $\int xcosx dx = -xsinx$ , padahal seharusnya  $\int xcosx dx = -xsinx - cosx$ .

Hasil wawancara dengan mahasiswa sebagai berikut:

- P : *Mbak apakah anda mengetahui apa informasi soal nomor 1?*  
 R : *Iya Bu, saya tahu*  
 P : *Apakah anda tau bagaimana langkah mengerjakan bentuk integral rangkap seperti itu? bagaimana langkahnya*  
 R : *Iya Bu, diintegrasikan dulu terhadap y, kemudian hasilnya baru diintegrasikan terhadap x*  
 P : *Apakah anda tau bagaimana mencari  $\int xsiny dy$ , dan hasilnya apa?*  
 R : *Tahu bu, hasilnya  $xcosy$*   
 P :  *$\int xcosx dx$  apa mbak?*  
 R :  *$-xsinx$  Bu*

Dapat disimpulkan bahwa mahasiswa dapat menentukan integral dengan benar, secara prosedural, namun salah secara konseptual. Kesalahan konseptual ini terjadi karena kesalahan saat menentukan integral parsial. Mahasiswa langsung mengintegrasikan  $cos x$  menjadi  $sinx$  dengan variable  $x$  didepannya tetap dikalikan, dianggap sebagai konstanta. Menurut [Toha et al. \(2018\)](#) mengemukakan bahwa penyebab kesalahan konseptual ini bisa disebabkan oleh beberapa hal, diantaranya (1) tergesa-gesa dalam membaca soal; (2) tidak bisa menyusun model matematis yang tepat; (3) kurang memahami konsep; (4) lupa; dan (5) kurangnya latihan.

## Jawaban soal 2

Jawaban soal untuk mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah dapat dilihat pada [Gambar 7](#) berikut:

$$\int_0^2 \int_0^4 2xy \, dy \, dx = \int_0^2 [xy^2]_0^4 \, dx = \int_0^2 x(16) \, dx = \int_0^2 16x \, dx = [8x^2]_0^2 = 8(4) - 0 = 32$$

**Gambar 7.** Jawaban R soal 2

Dapat diartikan mahasiswa tersebut sudah mampu memahami ide tentang integral rangkap, mampu memahami bahwa fungsi tersebut  $f(x, y)$  diintegrasikan terlebih dahulu terhadap  $y$  kemudian setelah selesai, diintegrasikan terhadap  $x$ .

Mahasiswa mampu menentukan integral  $2xy$  terhadap  $y$  dengan benar, dan mensubstitusikan batasnya dengan benar, setelah itu mahasiswa mampu menentukan integral dari  $x^3$  terhadap  $x$  dan dapat mensubstitusikan batas-batasnya dengan benar.

Saat mengintegrasikan fungsi terhadap  $y$  hasil fungsinya benar, kemudian saat mensubstitusikan batas-batasnya juga benar. Kemudian mahasiswa mengintegrasikan fungsi

terhadap  $x$  diperoleh hasil integralnya benar, dan juga mensubstitusikan batas-batasnya juga benar.

Hasil wawancara dengan mahasiswa sebagai berikut:

*P : Mbak apakah anda mengetahui apa informasi soal nomor 1?*

*R : Iya Bu, saya tahu*

*P : Apakah anda tau bagaimana langkah mengerjakan bentuk integral rangkap seperti itu? bagaimana langkahnya*

*R : Iya Bu, diintegralkan dulu terhadap  $y$ , kemudian hasilnya baru diintegralkan terhadap  $x$*

*P : Apakah anda tau bagaimana mencari  $\int_0^x 2xy \, dy$ , dan hasilnya apa?*

*R : Tahu bu, hasilnya  $x^3$  Bu.*

*P : Apakah anda tau bagaimana mencari  $\int x^3 \, dx$*

*R : Tahu bu, hasilnya  $\frac{1}{4}x^4$  Bu*

Dapat disimpulkan bahwa mahasiswa dapat menentukan integral dengan benar, secara konseptual dan prosedural. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Sarwadi & Shahrill (2014) menyatakan bahwa suatu kesalahan siswa dapat mencerminkan pemahaman siswa tersebut dalam sebuah konsep matematika yang digunakan untuk menjawab soal matematika itu sendiri. Artinya jika mahasiswa dapat mengerjakan benar secara konsep, berarti mahasiswa sudah paham terhadap materi tersebut.

## Simpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi dapat mengerjakan semua soal integral dengan benar secara prosedural dan secara konseptual. Mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang dan kemampuan matematika rendah mengerjakan satu soal dengan benar, dan satu soal salah secara konseptual, namun benar secara prosedural. Kesalahan konseptual yang terjadi karena kurangnya pemahaman konsep tentang menyelesaikan integral parsial. Kami merekomendasikan peneliti lain untuk mengadakan penelitian apa saja kesalahan-kesalahan yang terjadi saat mengerjakan soal integral rangkap untuk menghitung luas daerah.

## Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan

## Kontribusi Penulis

Penulis NSU sebagai penyusun instrumen penelitian, pengumpul data, pengolah data, penganalisis data, pengembang teori, pemapar hasil dan pembahasan, serta menyelaraskan keseluruhan informasi dalam artikel ini. Total persentase kontribusi penulis untuk konseptualisasi, penyusun, dan koreksi artikel ini adalah: 100%

## Pernyataan Ketersediaan Data

Penulis menyatakan data yang mendukung hasil penelitian ini akan disediakan oleh penulis koresponden, [NSU], atas permintaan yang wajar.

## Referensi

- Amelia, S., & Yadrika, G. (2019). Analisis Kesalahan Siswa SMA dalam Menyelesaikan Soal Integral. *Jurnal Ilmiah Dikdaya*, 9(1), 124. <https://doi.org/10.33087/dikdaya.v9i1.132>
- Ayuningtyas, D., Wahyuningsih, E. D., & Paridjo, P. (2021). Analisis Kesalahan Siswa Secara Prosedural Dalam Menyelesaikan Soal Transformasi Geometri. *JIPMat*, 6(1), 24–33. <https://doi.org/10.26877/jipmat.v6i1.8125>
- Jefrizal, J., Kartini, K., & Noviarni, N. (2021). Analisis Kesalahan Konseptual, Prosedural, dan Teknis Siswa pada Materi Aritmatika Sosial. *Suska Journal of Mathematics Education*, 7(2), 105. <https://doi.org/10.24014/sjme.v7i2.13593>
- Kamaruddin. . (2017). Analisis Kesalahan Mahasiswa Baru Dalam Mengerjakan Soal-Soal Kalkulus Integral Tak Tentu. *Inspiratif: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(3), 103–111. <https://doi.org/10.24114/jpmi.v3i3.11324>
- Kamila, N. S., & Adirakasiwi, A. G. (2021). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Dengan Menggunakan Prosedur Polya. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika)*, 4(4), 749–754. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v4i4.749-754>
- Monariska, E.-. (2019). Analisis kesulitan belajar mahasiswa pada materi integral. *Jurnal Analisa*, 5(1), 9–19. <https://doi.org/10.15575/ja.v5i1.4181>
- Parinata, D., & Puspaningtyas, N. D. (2022). Studi Literatur: Kemampuan Komunikasi Mahasiswa. *Jurnal Ilmiah Matematika Realistik (JI-MR)*, 3(2), 94.
- Pradini, W. (2019). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita persamaan linear dua variabel. *Pythagoras: Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(1), 33–45. <https://doi.org/10.21831/pg.v14i1.21481>
- Roselizawati Hj Sarwadi, H., & Shahrill, M. (2014). Understanding Students' Mathematical Errors and Misconceptions: The Case of Year 11 Repeating Students. *Mathematics Education Trends and Research*, 2014(June), 1–10. <https://doi.org/10.5899/2014/metr-00051>
- Siyepu, S. W. (2015). Analysis of errors in derivatives of trigonometric functions. *International Journal of STEM Education*, 2(1). <https://doi.org/10.1186/s40594-015-0029-5>
- Toha, M., Mirza, A., & Ahmad, D. (2018). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Materi Perbandingan Di Kelas Vii Smp. *Buana Matematika: Jurnal Ilmiah Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 8(2), 1–10.
- Wahyuni, A., Kurniawan, P., Waluya, S. B., & Cahyono, A. N. (2019). *Seminar Nasional Edusainstek Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Integral. 2010*, 623–629. <http://prosiding.unimus.ac.id>
- Wahyuni, N. T., & Zulfritri Aima, D. Y. F. (2022). Analisis Kesalahan Siswa Sma Dalam Menyelesaikan Soal Pemecahan Masalah Matematis. *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(1), 65–74. <https://doi.org/10.33087/dikdaya.v9i1.132>
- Winarso, W., & Toheri, T. (2021). An Analysis of Students' Error in Learning Mathematical Problem Solving; the Perspective of David Kolb's Theory. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 12(1), 139–150. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.753899>
- Zaini, Z. (2019). Analysis of Semester 4 Student Procedural Error Knowledge In Determining Minimum Path Using Dijkstra Algorithm. *Udayana Journal of Social Sciences and Humanities (UJoSSH)*, 3(2), 95. <https://doi.org/10.24843/ujossh.2019.v03.i02.p06>

**Biografi Penulis**

**Nida Sri Utami**, Lahir di Sukoharjo, 4 November 1984. Penulis menyelesaikan Pendidikan S1 Prodi Matematika di Universitas Gadjah Mada, dan S2 Prodi Pendidikan Matematika di Universitas Sebelas Maret Surakarta Saat ini penulis menjadi Dosen di Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Muhammadiyah Surakarta. Email: [nsu143@ums.ac.id](mailto:nsu143@ums.ac.id)