

<https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i1.1322>

## **Analisis Jawaban Siswa dalam Menyelesaikan Operasi Bilangan Pecahan melalui Penerapan Pendekatan Metakognitif-Diskursif**

**Elsiani Ana Rato, Florida Moza, Meriana Ratu, Grassiana Misseri Cordia**

**How to cite :** Rato, E. A., Moza, F., Ratu, M., & Cordia, G. M. (2024). Analisis Jawaban Siswa dalam Menyelesaikan Operasi Bilangan Pecahan melalui Penerapan Pendekatan Metakognitif-Diskursif. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 4(1), 246 - 255. <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i1.1322>

To link to this article : <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i1.1322>



Opened Access Article



Published Online on 30 Juni 2024



[Submit your paper to this journal](#)



## Analisis Jawaban Siswa dalam Menyelesaikan Operasi Bilangan Pecahan melalui Penerapan Pendekatan Metakognitif-Diskursif

Elsiani Ana Rato<sup>1\*</sup>, Florida Moza<sup>2</sup>, Meriana Ratu<sup>3</sup>, Grassiana Misseri Cordia<sup>4</sup>

<sup>1,2,3</sup>Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Katolik Weetebula

<sup>4</sup>Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Katolik Weetebula

### Article Info

#### Article history:

Received Mar 13, 2024

Accepted Apr 28, 2024

Published Online May 06, 2024

#### Keywords:

Metakognitif-diskursif  
 Operasi Bilangan Pecahan

### ABSTRAK

Operasi bilangan bentuk pecahan merupakan salah satu topik yang menyulitkan bagi siswa dalam menyelesaikan operasi penjumlahan, pengurangan dan operasi campuran. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui efek dari penerapan pendekatan metakognitif-diskursif menggunakan bahan ajar yang telah didesain oleh ahli matematika didaktik dan telah diujicobakan di beberapa sekolah. Penelitian dilakukan dalam 3 fase yaitu fase reparasi dan desain, fase eksperimen pembelajaran dan fase analisis retrospektif. Subjek yang berpartisipasi dalam penelitian ini sebanyak 23 siswa kelas VII SPK St. Paulus Karuni. Data dalam penelitian ini diperoleh melalui tes tertulis dan dokumentasi. Instrumen yang digunakan berupa soal tes operasi bilangan pecahan. Data yang diperoleh dianalisis melalui 3 tahapan yaitu mereduksi data, menyajikan data dan menarik kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan penerapan pendekatan metakognitif-diskursif siswa memberikan dampak yang signifikan dimana siswa mampu: (1) menjumlahkan dan mengurangkan bilangan bentuk pecahan, (2) menyelesaikan operasi campuran bilangan bentuk pecahan, (3) belajar menerapkan teorema yang tepat untuk menyelesaikan operasi bilangan bentuk pecahan.

*This is an open access under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) licence*



### Corresponding Author:

Elsiani Ana Rato,  
 Pendidikan Matematika,  
 Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,  
 Universitas Katolik Weetebula,  
 Jl. Mananga Aba, Karuni, Kec. Loura, Kab. Sumba Barat Daya-NTT, 87254, Indonesia  
 Email: [anaratoelsi@yahoo.com](mailto:anaratoelsi@yahoo.com)

## Pendahuluan

Pecahan merupakan salah satu cabang dalam bidang ilmu matematika yang mempelajari tentang bilangan (Cortina et al., 2014; Hackenberg, 2010; Norton, 2019). Pecahan dapat ditemui berdasarkan situasi-situasi dari bagian yang berukuran sama dari yang utuh, keseluruhan atau bagian dari kelompok-kelompok yang beranggotakan sama banyak atau bisa disebut sebagai perbandingan (Ivars et al., 2020; Lubur & Ate, 2018; Tunç-Pekkan, 2015). Operasi bilangan

pecahan adalah salah satu materi pada level menengah yang terdiri dari penjumlahan, pengurangan, pembagian dan perkalian (Hackenberg et al., 2021). Materi ini adalah salah satu materi yang penting untuk dipahami oleh siswa. Namun kenyataannya masih terdapat banyak siswa yang menyelesaikan operasi bilangan pecahan dengan hanya menghafal konsep tetapi tidak dapat memberikan alasan untuk setiap jawaban (Lovin et al., 2016; Norton, 2018). Hal ini menunjukkan bahwa siswa belum begitu memahami operasi bilangan pecahan.

Berdasarkan hasil tes yang dilakukan di beberapa sekolah dasar, terlihat bahwa sebagian besar siswa belum memahami operasi bilangan pecahan. Hal ini dapat dilihat dari beberapa jawaban yang siswa untuk latihan operasi bilangan berikut:

Jawaban 1:

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{12}{11}$$

$$3\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{109}{6}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{17}{15}$$

$$3\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

Jawaban 2:

Soal 2

Hitunglah!

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2}{5}$$

$$3\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{3}{0}$$

$$3\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{2}{2}$$

Jawaban 3:

Soal 2

Hitunglah!

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{24}{99}$$

$$3\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{10}{86}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{87}{10}$$

$$3\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{10}{53}$$

Jawaban 4:

Soal 2

Hitunglah!

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9}$$

$$3\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{18}{9}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10}$$

$$3\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{0}$$

Jawaban 5:

Soal 2

Hitunglah!

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{18}$$

$$3\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{4}{14}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{4}{0}$$

$$3\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{7}{2}$$

Jawaban 6:

Soal 2

Hitunglah!

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{18}$$

$$3\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{4}{14}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{2}{100}$$

$$3\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{2}{2}$$

Dari beberapa jawaban di atas, terlihat bahwa siswa belum memahami konsep operasi bilangan pecahan sehingga kesulitan untuk menyelesaikan latihan sederhana tentang operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan pecahan.

Pemahaman konsep menjadi salah satu aspek penting yang dianalisis dalam jawaban siswa (Bofferding, 2014; Tondorf & Prediger, 2022). Analisis ini melibatkan evaluasi apakah

siswa benar-benar memahami konsep operasi bilangan pecahan, termasuk pemahaman tentang hubungan antara pecahan dengan bilangan bulat, penggunaan bilangan pecahan dalam konteks kehidupan sehari-hari, serta pemahaman tentang operasi matematika yang terkait. Dalam konteks operasi bilangan pecahan, analisis jawaban siswa bertujuan untuk memahami bagaimana siswa berpikir dan menyelesaikan masalah tersebut. [Sukaisih & Muhali \(2014\)](#) menyatakan proses berpikir siswa selalu diaktifkan untuk menjawab permasalahan yang disajikan dalam pembelajaran yang disebut sebagai kesadaran metakognisi. Melalui sistem kategori aktivitas metakognitif-diskursif, analisis jawaban siswa dapat dilakukan dengan memperhatikan beberapa aspek, seperti pemahaman konsep, pemecahan masalah, strategi yang digunakan, pemikiran logis, dan kemampuan berkomunikasi.

Untuk dapat mengajarkan konsep operasi hitung bilangan pecahan, penggunaan bahan ajar memiliki peran yang penting ([Cortina et al., 2014](#)). Desain bahan ajar yang tepat dapat menumbuhkan minat belajar siswa dan pemahaman akan materi lebih mudah. Desain bahan ajar untuk bilangan pecahan telah dikembangkan sehingga siswa mampu memahami cara menyelesaikan operasi bilangan pecahan dan mampu memberi alasan atas setiap jawaban yang diberikan ([Cohors-Fresenborg, 2017](#)). Selain penggunaan bahan ajar, metode pembelajaran yang digunakan juga memiliki peran yang sama penting. Pendekatan metakognitif adalah pendekatan yang lebih mengaktifkan siswa ([Ate, 2018a](#); [Lubur & Ate, 2018](#); [Ratu & Moza, 2024](#)). Dalam proses pembelajaran dengan pendekatan metakognitif terdapat aktivitas metakognitif yang terdiri dari tiga sistem kategori yaitu perencanaan, pemantauan dan refleksi ([Cohors-Fresenborg, 2017](#)). Aktivitas metakognitif siswa dan guru memegang peranan yang sangat penting dalam pengajaran yang efektif ([Fresenborg & Nowinska, 2021](#)). Pendekatan ini dapat berjalan dengan baik jika didukung dengan budaya pengajaran diskursif.

Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk menganalisis jawaban siswa tentang operasi bilangan pecahan setelah mengalami pembelajaran dengan menggunakan pendekatan metakognitif-diskursif. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui efek penggunaan bahan ajar yang telah didesain oleh ahli matematika dan telah diujicobakan di beberapa sekolah menggunakan pendekatan metakognitif-diskursif pada materi operasi hitung penjumlahan dan pengurangan bilangan bentuk pecahan.

## Metode

Penelitian ini merupakan penelitian desain. Penelitian desain terdiri dari tiga tahap yaitu fase reparasi dan desain, fase eksperimen pengajaran dan fase analisis retrospektif ([Ate, 2018b](#); [Muslimin et al., 2020](#); [Weber & Thompson, 2014](#)). Pada tahapan fase reparasi dan desain, peneliti menggunakan desain buku kerja untuk siswa kelas VII yang sesuai dengan pendekatan metakognitif-diskursif yaitu “Kontrak Untuk Perhitungan” ([Cohors-Fresenborg, 2017](#)). Fase eksperimen pengajaran, bahan ajar yang telah dikembangkan dan telah diuji cobakan oleh guru matematika dikelas dan fase analisis retrospektif, jawaban siswa yang diperoleh dalam pembelajaran dianalisis menggunakan sistem kategori aktivitas metakognitif. Penelitian desain merupakan suatu metode penelitian yang sesuai untuk mengembangkan solusi dari suatu masalah yang kompleks dalam praktik pendidikan atau untuk mengembangkan dan memvalidasi suatu teori tentang proses belajar, lingkungan belajar dan sejenisnya ([Prahmana, 2017](#)). Penelitian ini melibatkan siswa kelas VII SMPK St. Paulus Karuni. Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun akademik 2022/2023

Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes tertulis dan dokumentasi. Tes dilakukan pada siswa setelah mengalami pembelajaran dengan pendekatan metakognitif-diskursif untuk materi operasi pecahan dan dokumentasi digunakan untuk

mencatat peristiwa yang sudah berlalu. Dokumen bisa berbentuk tulisan, gambar atau karya-karya monumental dari seseorang.

Data yang diperoleh dianalisis dengan melalui tiga tahapan yaitu mereduksi data, menyajikan data dan menarik kesimpulan (Rijali, 2018). Tahap mereduksi data adalah kegiatan memilah data, dimana data yang dipilih adalah data yang relevan dengan penelitian. Pada tahap berikutnya adalah penyajian data, data yang pilih disajikan dalam bentuk kata-kata, angka, tabel sebagai ilustrasi terhadap apa yang telah terjadi. Tahapan yang terakhir adalah penarikan kesimpulan, hal ini dibuat berdasarkan data yang telah pilih dan disajikan, kesimpulan harus berhubungan dengan tujuan penelitian.

## Hasil Penelitian

Data dalam penelitian ini diperoleh melalui tes yang dilakukan kepada siswa kelas VII yang belajar menggunakan buku kerja yang telah didesain untuk siswa kelas VII yang sesuai dengan pendekatan metakognitif-diskursif yaitu “Kontrak Untuk Perhitungan” Tes yang diberikan meliputi masalah penjumlahan, pengurangan dan operasi campuran pada pecahan (Cohors-Fresenborg, 2017). Dari hasil tes yang dilakukan kepada 23 siswa diperoleh terlihat siswa mampu menyelesaikan soal dengan menerapkan teorema dan aturan yang berlaku dalam matematika.

Dari hasil tes menunjukkan bahwa siswa memiliki langkah penyelesaian yang berbeda-beda. Pada soal nomor 1 terdapat 3 bentuk penyelesaian yang berbeda, untuk soal nomor 2 terdapat 3 bentuk penyelesaian dan soal nomor 3 terdapat 4 bentuk penyelesaian.

### Analisis jawaban siswa untuk soal nomor 1

Dari tes yang diberikan siswa kelas VII SMPK St. Paulus Karuni diperoleh hasil semua siswa menjawab soal nomor 1 dengan benar dan terdapat 5 bentuk penyelesaian yang berbeda. Berikut disajikan hasil analisis bentuk penyelesaian yang berbeda tersebut.

#### a. Bentuk Penyelesaian I

Siswa mampu memahami operasi penjumlahan bilangan pecahan dan mampu memberikan alasan sesuai dengan teorema dan aturan yang berlaku dalam ilmu matematika.

Handwritten student solution for problem 1 using the cross-multiplication rule (T27). The student starts with the equation  $1. \frac{4}{9} + \frac{3}{3}$ . They then write  $= \frac{4}{9} + \frac{3 \times 3}{3 \times 3}$ , followed by  $= \frac{4}{9} + \frac{9}{9}$ , and finally  $= \frac{13}{9}$ . The steps are annotated with 'T27', a diamond symbol, and 'T29'.

Gambar 1

Handwritten student solution for problem 1 using the common denominator rule (T29). The student starts with the equation  $1. \frac{4}{9} + \frac{3}{3}$ . They then write  $= \frac{4}{9} + \frac{3 \times 3}{3 \times 9}$ , followed by  $= \frac{4}{9} + \frac{9}{9}$ , then  $= \frac{4+9}{9}$ , and finally  $= \frac{13}{9}$ . The steps are annotated with 'T27', a diamond symbol, 'T29', and another diamond symbol.

Gambar 2

Berdasarkan langkah penyelesaian di atas, terlihat bahwa siswa telah melakukan aktivitas metakognitif yaitu perencanaan. Pada langkah ini, untuk menyelesaikan latihan tersebut siswa menerapkan strategi menyamakan penyebut kedua bentuk pecahan melalui penerapan  $T27 \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$ , dengan  $b \neq 0$ . Ini menunjukkan siswa memahami bahwa untuk menjumlahkan bentuk pecahan maka penyebutnya harus sama. Sehingga pada akhir penyelesaian siswa menerapkan  $T29 \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ , dengan  $b \neq 0$  dan aturan lupis untuk menghitung bilangan bentuk pecahan yang memiliki penyebut sama yaitu  $\frac{4}{9} + \frac{9}{9}$  dan memperoleh hasil  $\frac{13}{9}$ .

Selanjutnya, siswa juga telah melakukan aktivitas metakognitif yaitu pemantauan. Hal ini ditunjukkan pada soal siswa melakukan langkah pemecahan secara terurut secara vertikal sehingga pada tanda sama dengan di samping soal dilingkar (menunjukkan bahwa tanda sama dengan disamping soal tidak dibutuhkan). Siswa juga telah melakukan aktivitas metakognitif yang ketiga yaitu refleksi. Aktivitas ini ditunjukkan dengan pemberian alasan atas setiap jawaban dan memeriksa kembali setiap jawabannya.

#### b. Bentuk Penyelesaian II

Siswa mampu memahami operasi penjumlahan bilangan pecahan dan mampu memberikan alasan sesuai dengan teorema dan aturan yang berlaku dalam ilmu matematika

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \frac{4}{9} + \frac{3}{3} \\
 & = 1\frac{4}{9} \quad D^B, D, k+, D^{PC} \\
 & = \frac{13}{9} \quad T34.4
 \end{aligned}$$

Gambar 3

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \frac{4}{9} + \frac{3}{3} \ominus \\
 & = \frac{4}{9} + (3:3) \quad D^B, D, k+ \\
 & = 1 + \frac{4}{9} \quad D^{PC} \\
 & = \frac{13}{9} \quad T34 \\
 & = \frac{1 \times 9 + 4}{9} \quad N, D \\
 & = \frac{13}{9}
 \end{aligned}$$

Gambar 4

Berdasarkan jawaban siswa di atas, terlihat siswa melakukan aktivitas metakognitif yaitu perencanaan. Aktivitas ini terlihat pada strategi awal yang digunakan siswa yaitu dengan menyederhanakan pecahan  $\frac{3}{3}$  melalui definisi pembagian. Selanjutnya siswa menggunakan definisi pecahan campuran ( $D^{PC}$ ) dan teorema 34 untuk memperoleh hasil. Pada penerapan  $D^{PC}$  untuk  $a > 0, b > 0, c > 0$  berlaku  $a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$  yang menggantikan variabel  $a = 1, b = 4$  dan  $c = 9$ .

Pada langkah penyelesaian di atas, siswa juga telah melakukan aktivitas metakognitif yaitu pemantauan. Hal ini ditunjukkan pada soal siswa melakukan langkah pemecahan secara terurut secara vertikal sehingga pada tanda sama dengan di samping soal dilingkar (menunjukkan bahwa tanda sama dengan disamping soal tidak dibutuhkan). Siswa juga telah melakukan aktivitas metakognitif yang ketiga yaitu refleksi. Aktivitas ini ditunjukkan dengan pemberian alasan atas setiap jawaban dan memeriksa kembali setiap jawabannya.

#### c. Bentuk Penyelesaian III

Siswa memahami operasi penjumlahan pada bilangan bentuk pecahan.

$$1. \quad \frac{4}{9} + \frac{3}{3} = \frac{13}{9}$$

Gambar 5

Berdasarkan Gambar 5, hasil akhir menunjukkan bahwa siswa telah menyelesaikan latihan dengan benar tetapi tidak menguraikan langkah penyelesaiannya melalui penerapan teorema dan aturan yang telah dipelajari.



### Analisis jawaban siswa untuk soal nomor 2

Dari hasil tes yang dilakukan, maka untuk soal nomor 2 terdapat 3 bentuk penyelesaian siswa. Dari langkah penyelesaian siswa terlihat, siswa memahami operasi pengurangan pada bilangan bentuk pecahan dan mampu menerapkan teorema dan aturan sebagai alasan perubahan bentuk

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \frac{5}{6} - \frac{3}{8} \\
 &= \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} \\
 &= \frac{20}{24} - \frac{9}{24} \\
 &= \frac{20-9}{24} \\
 &= \frac{11}{24}
 \end{aligned}$$

Gambar 6

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \frac{5}{6} - \frac{3}{8} = \frac{22}{48} \\
 &= \frac{5 \times 8}{6 \times 8} - \frac{3 \times 6}{8 \times 6} \\
 &= \frac{40}{48} - \frac{18}{48} \\
 &= \frac{22}{48}
 \end{aligned}$$

Gambar 7

$$\begin{aligned}
 &= \frac{40}{48} - \frac{18}{48} \\
 &= \frac{40-18}{48} \\
 &= \frac{22}{36}
 \end{aligned}$$

Gambar 8

Berdasarkan jawaban siswa di atas, dapat dilihat bahwa siswa mampu menyelesaikan operasi pengurangan pecahan dengan menerapkan teorema dan aturan yang berlaku dalam matematika. Dari ketiga bentuk penyelesaian di atas, strategi awal yang digunakan sama yaitu menyamakan penyebut. Ini berarti, siswa memahami konsep pengurangan bilangan bentuk pecahan. Selanjutnya ketika penyebutnya telah sama, maka diterapkan  $T30 \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ , dengan  $b \neq 0$ . Penerapan T30 bertujuan untuk menyederhanakan bentuk pengurangan bilangan bentuk pecahan sehingga dapat dihitung dengan penerapan aturan lupis. Hasil akhir dari ketiga bentuk penyelesaian ini memiliki bentuk yang berbeda.

Untuk hasil akhir dari gambar 6 dan gambar 7 memiliki langkah penyelesaian yang sama, tetapi bentuk penulisan pada hasil akhir berbeda. Sekalipun penulisannya berbeda tetapi memiliki nilai yang sama. Dari jawabannya terlihat bahwa siswa juga telah melakukan monitoring sehingga jawaban dan langkah penyelesaiannya benar.

Sedangkan pada gambar 8, siswa memiliki proses penyelesaian yang benar dengan menerapkan teorema dan aturan yang benar sekalipun siswa tersebut tidak menuliskan nama teorema dan aturan yang digunakan. Siswa tersebut telah melakukan aktivitas metakognitif yang kedua yaitu monitoring, ini ditunjukkan pada baris terakhir siswa melakukan kesalahan menghitung (jawaban yang dilingkari) dan sadar akan kesahannya lalu memperbaikinya. Akan

tetapi, pada saat menulis hasil akhir siswa melakukan kesalahan yaitu menuliskan bilangan yang berbeda sebagai penyebut. Berdasarkan jawaban di atas, siswa tidak melakukan aktivitas metakognitif yang ketiga yaitu refleksi.

### Analisis jawaban siswa untuk soal nomor 3

Untuk soal nomor 3 adalah soal operasi campuran pada bilangan bentuk pecahan. Dari hasil tes terlihat siswa mampu menyelesaikan permasalahan dengan menerapkan teorema dan aturan yang berlaku dalam matematika. Dari hasil tes yang dilakukan, maka untuk soal nomor 3 terdapat 4 bentuk penyelesaian siswa.

$$\begin{aligned}
 & 3. \frac{5}{3} + \frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} \\
 & = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} + \left(-1\frac{1}{3}\right) \quad D^- \\
 & = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} + \left(-\frac{4}{3}\right) \quad T23, \diamond \\
 & = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} + \frac{(-4)}{3} \quad T23 \\
 & = \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{3} + \frac{(-4)}{3}\right) \quad A^+, A^+ \\
 & = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad T29, \diamond \\
 & = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} \quad T27 \\
 & = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \quad \diamond, 10^x \\
 & = \frac{5}{6} \quad T29, \diamond
 \end{aligned}$$

Gambar 9

$$\begin{aligned}
 & 3. \frac{5}{3} + \frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} \\
 & = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1 \cdot 3 + 1}{3} \quad T34 \\
 & = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \quad K^x, \diamond \\
 & = \frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{(-4)}{3} \quad D^-, T32 \\
 & = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad A^+, T29, \diamond
 \end{aligned}$$

Gambar 10

$$\begin{aligned}
 & 3. \frac{5}{3} + \frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = \\
 & = \frac{10}{6} + \frac{3}{6} - 1\frac{1}{3} \quad \diamond \\
 & = \frac{10+3}{6} - 1\frac{1}{3} \quad T29 \\
 & = \frac{13}{6} - 1\frac{1}{3} \\
 & = \frac{13}{6} - \frac{1 \times 3 + 1}{3} \quad T34 \\
 & = \frac{13}{6} - \frac{4}{3} \quad \diamond \\
 & = \frac{39}{18} - \frac{20}{18} \quad \diamond \\
 & = \frac{39-20}{18} \quad T30 \\
 & = \frac{19}{18} \quad \diamond
 \end{aligned}$$

Gambar 11

$$\begin{aligned}
 & 3. \frac{5}{3} + \frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = \\
 & = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} - 1\frac{1}{3} \quad \diamond \\
 & = \frac{20}{12} + \frac{6}{12} - 1\frac{1}{3} \quad \diamond \\
 & = \frac{20+6}{12} - 1\frac{1}{3} \quad T29 \\
 & = \frac{26}{12} - 1\frac{1}{3} \quad \diamond \\
 & = \frac{26}{12} - \frac{1 \times 3 + 1}{3} \quad T34 \\
 & = \frac{26}{12} - \frac{4}{3} \quad \diamond \\
 & = \frac{26}{12} - \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4} \quad \diamond \\
 & = \frac{26}{12} - \frac{16}{12} \quad \diamond \\
 & = \frac{20-16}{12} \quad T30 \\
 & = \frac{10}{12} \quad \diamond
 \end{aligned}$$

Gambar 12

Berdasarkan gambar di atas, dapat dilihat bahwa siswa telah memahami operasi campuran pada bilangan bentuk pecahan. Langkah awal yang dilakukan yaitu mengubah bentuk pecahan campuran menjadi bentuk pecahan biasa melalui penerapan T34 yang memiliki bentuk untuk  $a > 0, b > 0, c > 0$  berlaku  $a \frac{b}{c} = \frac{a \times c + b}{c}$  dengan tujuan agar memudahkan dalam proses menyamakan penyebut sehingga dapat menghitung hasil akhir. Untuk gambar 9, hasil yang diperoleh telah mencapai bentuk yang paling sederhana. Untuk gambar 10 dan 12, masih memiliki beberapa langkah penyelesaian yang dapat dilakukan untuk mendapatkan hasil akhir. Sedangkan untuk gambar 11, siswa memiliki kekeliruan pada saat menghitung hasil perkalian



untuk pembilang dalam proses menyamakan penyebut, siswa menghitung  $4 \times 6$  menghasilkan 20 bukan 24 sehingga berpengaruh pada hasil akhir.

## Diskusi

Berdasarkan lintasan belajar yang telah dirancang dan dilaksanakan, pembelajaran bilangan bentuk pecahan terdiri dari tiga tahapan yaitu mengenal pecahan, mengoperasikan bilangan bentuk pecahan dan nilai pecahan menggunakan buku yang telah didesain dan diujicobakan. Pada pembelajaran ini, siswa telah belajar untuk membuktikan teorema yang digunakan dalam langkah penyelesaian. Dari jawaban yang diberikan siswa, terlihat bahwa siswa sedikit saja melakukan kesalahan. Hal ini menunjukkan bahwa lintasan belajar yang digunakan telah berjalan sesuai perencanaan dan jawaban yang diberikan siswa sesuai dengan jawaban yang dirancang dalam *Hypotetical Learning Trajectory* (HLT) (Andrews-Larson et al., 2017; Meika et al., 2019; Simon et al., 2018). Lintasan belajar dan HLT yang digunakan telah diujicobakan dan direvisi. Proses pembelajaran pada saat penelitian dilaksanakan berlangsung dengan baik dan lancar. Proses pembelajaran ini didasarkan pada pendekatan metakognitif-diskursif melalui tiga aktivitas yaitu perencanaan, pemantauan dan refleksi dengan didukung oleh budaya pengajaran diskursif (Ate, 2018a; Napu, 2023a, 2023b; Ratu & Moza, 2024). Penerapan ketiga aktivitas ini dapat dilihat pada langkah penyelesaian soal oleh siswa. Untuk perencanaan, terlihat bahwa siswa sebelum melakukan operasi bilangan bentuk pecahan, terlebih dahulu siswa menerapkan langkah awal menyamakan penyebut. Untuk monitoring, pada gambar terlihat siswa melakukan pemantauan terhadap jawabannya, awalnya siswa menghitung  $40 - 18 = 32$  tetapi setelah pemantauan siswa menuliskan jawaban yang benar untuk  $40 - 18$  yaitu 22. Untuk aktivitas refleksi, semua bentuk penyelesaian terlihat siswa memberikan alasan perubahan dan memeriksa kembali jawabannya. Contoh-contoh jawaban siswa menunjukkan bahwa penerapan HLT yang telah dirancang dalam proses pembelajaran operasi hitung bilangan bentuk pecahan, maka dapat disimpulkan siswa memahami operasi hitung bilangan bentuk pecahan melalui penerapan pendekatan metakognitif-diskursif. Proses berpikir siswa selalu diaktifkan untuk menjawab permasalahan yang disajikan dalam bentuk pembelajaran yang disebut sebagai kesadaran metakognisi (Sukaisih & Muhali, 2014).

## Kesimpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan pendekatan metakognitif-diskursif memiliki dampak signifikan terhadap pembelajaran, dimana siswa mampu: (1) menjumlahkan dan mengurangi bilangan bentuk pecahan, (2) menyelesaikan operasi campuran bilangan bentuk pecahan, (3) belajar menerapkan teorema yang tepat untuk menyelesaikan operasi bilangan bentuk pecahan. Dari temuan penelitian, kami hanya terfokus pada permasalahan pecahan, sehingga kami merekomendasikan untuk penelitian berikutnya untuk mengaitkan pendekatan metakognitif-diskursif dengan materi lainnya (misalkan, aljabar, bangun datar, atau bangun ruang).

## Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan

## Referensi

Andrews-Larson, C., Wawro, M., & Zandieh, M. (2017). A hypothetical learning trajectory for conceptualizing matrices as linear transformations. *International Journal of Mathematical*

- Education in Science and Technology*, 48(6), 809–829.  
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1276225>
- Ate, D. (2018a). Analisis Jawaban Siswa pada Operasi Hitung Campuran Melalui Penerapan Pendekatan Metakognitif-Diskursif. *Jurnal Penelitian Dan Pengkajian Ilmu Pendidikan: E-Saintika*, 1(2). <https://doi.org/10.36312/e-saintika.v1i2.103>
- Ate, D. (2018b). LITPAM, Nusa Tenggara Barat, Indonesia Analisis Jawaban Siswa pada Operasi Hitung Campuran Melalui Penerapan Pendekatan Metakognitif-Diskursif. *Jurnal Penelitian Dan Pengkajian Ilmu Pendidikan: E-Saintika* |, 1(2), 66.
- Bofferding, L. (2014). Negative Integer Understanding : Characterizing First Graders ' Mental Models. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(2), 194–245.  
<https://doi.org/10.5951/jresematheduc.45.2.0194>
- Cohors-Fresenborg, K. E. (n.d.). *Monograph Series in Mathematics Education oleh Lembaga Matematika Kognitif STKIP Weetebula, No.1 Edisi pertama Penerbit: Lembaga Matematika Kognitif STKIP Weetebula, Weetebula.*
- Cortina, J. L., Visnovska, J., & Zuniga, C. (2014). Unit fractions in the context of proportionality: Supporting students' reasoning about the inverse order relationship. *Mathematics Education Research Journal*, 26(1), 79–99. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0112-5>
- Fresenborg, C., & Nowinska. (2021). *Pengantar Kategorisasi Kegiatan Metakognitif-Diskursif Para Siswa dan Guru dalam Pelajaran Matematika Hak cipta c 2021 pada Lembaga Matematika Kognitif STKIP Weetebula.*
- Hackenberg, A. J. (2010). Students' reasoning with reversible multiplicative relationships. *Cognition and Instruction*, 28(4), 383–432.  
<https://doi.org/10.1080/07370008.2010.511565>
- Hackenberg, A. J., Aydeniz, F., & Jones, R. (2021). Middle school students ' construction of quantitative unknowns \*. *Journal of Mathematical Behavior*, 61(December 2020), 100832. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100832>
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 529–548.  
<https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>
- Lovin, L. A. H., Stevens, A. L., Siegfried, J., Wilkins, J. L. M., & Norton, A. (2016). Pre-K-8 prospective teachers' understanding of fractions: An extension of fractions schemes and operations research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(3), 207–235.  
<https://doi.org/10.1007/s10857-016-9357-8>
- Lubur, D. N. L., & Ate, D. (2018). Tingkat Kemampuan Berpikir Siswa dengan Pendekatan Metakognitif Diskursif dan Pendekatan Konvensional. *Jurnal Penelitian Dan Pengkajian Ilmu Pendidikan: E-Saintika*, 2(1). <https://doi.org/10.36312/e-saintika.v2i1.81>
- Meika, I., Suryadi, D., & Darhim, D. (2019). Developing a Local Instruction Theory for Learning Combinations. *Infinity Journal*, 8(2), 157.  
<https://doi.org/10.22460/infinity.v8i2.p157-166>
- Muslimin, Indra Putri, R. I., Zulkardi, & Aisyah, N. (2020). Learning integers with realistic mathematics education approach based on islamic values. *Journal on Mathematics Education*, 11(3), 363–384. <https://doi.org/10.22342/JME.11.3.11721.363-384>
- Napu, T. W. (2023a). Analisis Kemampuan Literasi Matematika Siswa Setelah Mengalami Pembelajaran dengan Pendekatan Metakognitif-Diskursif. *Journal of Classroom Action Research*, 5(1).
- Napu, T. W. (2023b). Analisis Kemampuan Literasi Matematika Siswa Setelah Mengalami

- Pembelajaran dengan Pendekatan Metakognitif-Diskursif. *Journal of Classroom Action Research*, 5(1), 331–342. <https://doi.org/https://doi.org/10.29303/jcar.v5i1.3714>
- Norton, A. (2018). Frameworks for modeling students' mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 52(November 2017), 201–207. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.001>
- Norton, S. (2019). The relationship between mathematical content knowledge and mathematical pedagogical content knowledge of prospective primary teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(5), 489–514. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9401-y>
- Prahmana. (2017). *DesignResearch (Teori dan Implementasinya: Suatu Pengantar)* (1st ed.). PT Raja Grafindo.
- Ratu, M., & Moza, F. (2024). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas VII pada Materi Bilangan Pecahan Melalui Pendekatan Metakognitif-Diskursif di SMPK St. Paulus Karuni. *Indo-MathEdu Intellectuals Journal*, 5(1).
- Rijali, A. (2018). *Analisis Data Kualitatif* (Vol. 17, Issue 33).
- Simon, M. A., Placa, N., Kara, M., & Avitzur, A. (2018). Empirically-based hypothetical learning trajectories for fraction concepts: Products of the Learning Through Activity research program. *Journal of Mathematical Behavior*, 52(October 2017), 188–200. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.003>
- Sukaisih, R., & Muhali, M. (2014). Meningkatkan Kesadaran Metakognitif Dan Hasil Belajar Siswa Melalui Penerapan Pembelajaran Problem Solving. In *Prisma Sains : Jurnal Pengkajian Ilmu dan Pembelajaran Matematika dan IPA IKIP Mataram* (Vol. 2, Issue 1). <https://doi.org/10.33394/j-ps.v2i1.803>
- Tondorf, A., & Prediger, S. (2022). Connecting characterizations of equivalence of expressions: design research in Grade 5 by bridging graphical and symbolic representations. *Educational Studies in Mathematics*, 111(3), 399–422. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10158-0>
- Tunç-Pekkan, Z. (2015). An analysis of elementary school children's fractional knowledge depicted with circle, rectangle, and number line representations. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 419–441. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9606-2>
- Weber, E., & Thompson, P. W. (2014). Students' images of two-variable functions and their graphs. *Educational Studies in Mathematics*, 87(1), 67–85. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9548-0>