



<https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i1.1259>

Penalaran Deduktif Mahasiswa dalam Membuktikan Sifat Tertutup Operasi Perkalian pada Himpunan Bilangan Rasional

Puguh Darmawan, Barep Yohanes

How to cite : Darmawan, P., & Yohanes, B. (2024). Penalaran Deduktif Mahasiswa dalam Membuktikan Sifat Tertutup Operasi Perkalian pada Himpunan Bilangan Rasional. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 4(1), 406 - 415. <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i1.1259>

To link to this article : <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i1.1259>



Opened Access Article



Published Online on 29 May 2024



[Submit your paper to this journal](#)



Penalaran Deduktif Mahasiswa dalam Membuktikan Sifat Tertutup Operasi Perkalian pada Himpunan Bilangan Rasional

Puguh Darmawan¹, Barep Yohanes²

¹Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang
²Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas PGRI Banyuwangi

Article Info

Article history:

Received Feb 27, 2024
Accepted May 02, 2024
Published Online May 29, 2024

Keywords:

Penalaran deduktif
Sifat tertutup
Operasi Perkalian
Himpunan
Bilangan Rasional

ABSTRAK

Sifat tertutup pada operasi perkalian bilangan real memiliki imbas terhadap pembuktian sifat tertutup pada perkalian bilangan rasional. Masalah yang dialami mahasiswa dalam pembuktian tidak akan terjadi jika pengajar atau mahasiswa mengetahui aspek atau langkah dalam melakukan penalaran dalam pembuktian. Pentingnya kemampuan penalaran mahasiswa maka tujuan penelitian ini untuk mendeskripsikan penalaran deduktif mahasiswa dalam membuktikan sifat tertutup operasi perkalian pada himpunan bilangan rasional. Kami melibatkan 30 mahasiswa pendidikan matematika, dua diantaranya kami wawancarai untuk memperdalam temuan penelitian. Data penelitian dikumpulkan dengan melakukan pembelajaran yang melibatkan proses penalaran dalam pembuktian sifat tertutup operasi perkalian pada bilangan rasional. Data penelitian dianalisis dengan menggunakan metode triangulasi data dari hasil pembuktian subjek dan juga hasil wawancara. Kami menemukan bahwa terdapat subjek penelitian yang dapat menyimpulkan dengan jelas dan kurang jelas. Kejelasan dalam pembuktian hanya dibedakan pada akhir kesimpulan dalam pembuktian yang dijelaskan secara rinci. Kesimpulan penelitian yang diperoleh bahwa penalaran deduktif dilakukan dengan tahapan pemanfaatan data, aturan matematika, dan penarikan kesimpulan.

This is an open access under the [CC-BY-SA](#) licence



Corresponding Author:

Barep Yohanes,
Pendidikan Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas PGRI Banyuwangi,
Jl. Ikan Tongkol No. 01 Kertosari, Kab. Banyuwangi, Jawa Timur, 68416, Indonesia
Email: barepyohanes@gmail.com

Pendahuluan

Belajar merupakan suatu proses mental yang rumit pada sistem kognitif seseorang. Belajar akan membuat suatu informasi yang diterima menjadi suatu pengetahuan dalam diri seseorang (Subanji, 2015b, 2015a). Belajar melibatkan suatu kemampuan mental yang berbeda-beda pada setiap orang. Kemampuan mental tersebut dapat dipelajari dalam proses

berpikir yang dimiliki seseorang dalam merespon suatu kejadian. Belajar merupakan suatu kegiatan yang dapat ditelusuri melalui proses berpikir seseorang dalam menerima informasi.

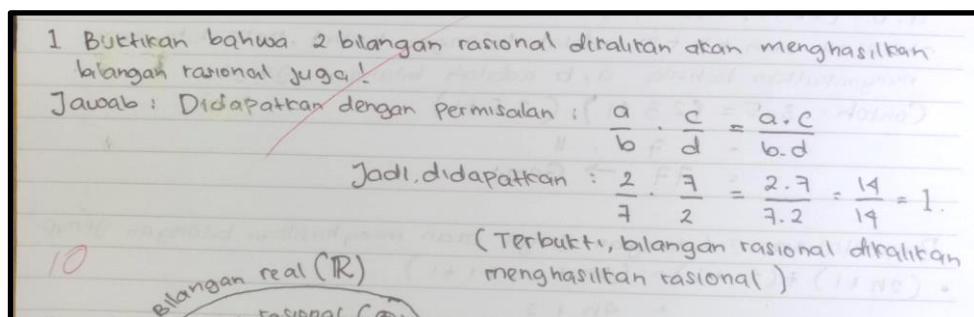
Proses berpikir merupakan suatu proses yang dilakukan seseorang dalam mengingat kembali pengetahuan yang sudah tersimpan didalam memorinya untuk suatu saat dipergunakan dalam menerima informasi, mengelola, dan menyimpulkan. Proses berpikir selama ini telah disusun menjadi 6 tingkatan oleh Anderson dan Kathwoll (Subanji, 2015b) yaitu mengingat (*remembering*), memahami (*understanding*), mengaplikasikan (*applying*), menganalisis (*analyzing*), mengevaluasi (*evaluating*), dan menciptakan (*creating*). Tingkatan proses berpikir mengingat, memahami, dan mengaplikasikan disebut juga dengan keterampilan dasar. Tingkatan menganalisis, mengevaluasi, dan menciptakan disebut dengan kemampuan berpikir tingkat tinggi. Kemampuan berpikir tingkat tinggi sangat ditekankan pada peserta didik dalam pembelajaran sekolah menengah sampai pendidikan tinggi (Anugrahana, 2018; Noor & Abadi, 2022; Ramadhanti et al., 2022).

Kemampuan berpikir tingkat tinggi yang direkomendasikan dalam pembelajaran matematika sekolah memiliki 5 standar proses (NCTM, 2010). Standar proses ini diharapkan dapat dilibatkan dalam instruksional pembelajaran matematika disemua jenjang sekolah. Standar proses tersebut meliputi pemecahan masalah (*problem solving*), penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), koneksi (*connection*), komunikasi (*communication*), dan representasi matematis (*representation*). Pembelajaran matematika diharapkan dapat memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk mengembangkan kemampuan dari kelima standar proses tersebut. Kemampuan penalaran merupakan kemampuan yang paling dasar yang harus dimiliki untuk dapat mengembangkan kemampuan lainnya. Melalui kemampuan penalaran yang baik akan memberikan dampak positif terhadap kemampuan kelima standar proses tersebut.

Penalaran matematis merupakan suatu proses sadar dalam menerapkan suatu konsep matematika untuk mencapai suatu kesimpulan dari satu atau lebih keputusan atau pendapat. Bernalar adalah proses menarik kesimpulan berdasarkan hasil analisa terhadap suatu informasi (Lithner, 2016). Penalaran matematis sangat penting bagi mahasiswa terlebih dalam pembelajaran matematika. Banyak penelitian dilakukan untuk melihat kemampuan penalaran matematis mahasiswa pada materi matematika tertentu. Hasil penelitian yang dilakukan membahas tentang pengukuran tingkatan kemampuan penalaran dari mahasiswa. Tingkatan penalaran yang diukur meliputi kemampuan penalaran yang tinggi, sedang, dan rendah saja pada suatu subjek tertentu (Fadillah, 2019; Putri et al., 2019; Suwarma & Kusumah, 2012). Penelitian yang pernah dilakukan juga hanya menyebutkan bahwa kemampuan penalaran siswa didasarkan pada kategori baik (Hr, 2020). Perbandingan kemampuan penalaran deduktif terhadap pembelajaran PBL dan IBL juga menunjukkan tentang PBL memiliki pengaruh terhadap kemampuan penalaran deduktif (Indah & Nuraeni, 2021). Kemampuan penalaran matematis yang tinggi, sedang, dan rendah atau bahkan kategori baik tersebut tidak menggambarkan secara utuh dan tahap demi tahap dalam penalaran.

Tahapan penalaran matematis sangatlah penting untuk melihat proses berpikir dari mahasiswa. Proses berpikir dapat dilihat melalui peta kognitif (*Cognitive map*) (Subanji, 2015b) yang menjadi acuan dalam gambaran pengkonstruksian konsep matematika. Peta kognitif menggambarkan interkoneksi antara pengetahuan, masalah, prosedur, dan konsep dari hasil berpikir. Peta kognitif juga memiliki hubungan tentang beban kognitif dalam pembelajaran matematika (Yohanes & Yusuf, 2021). Sehingga proses berpikir dari mahasiswa yang telah mengkonstruksi pengetahuan sangatlah penting guna untuk melakukan pengembangan dalam kegiatan pembelajaran. Konstruksi keberhasilan penalaran dalam pembuktian diperlukan untuk memberikan gambaran kepada pendidik saat memfasilitasi proses pembelajaran dalam meminimalkan kesulitan atau kegagalan mahasiswa dalam penalaran.

Kegagalan penalaran terlihat dari hasil pembuktian yang dilakukan oleh mahasiswa saat melakukan pembuktian sifat tertutup pada operasi perkalian himpunan bilangan rasional seperti pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1. Kegagalan Pembuktian Sifat Tertutup Pada Operasi Perkalian Himpunan Rasional

Mahasiswa tidak mampu menjelaskan secara rinci tentang pembuktian yang dilakukan. Variabel yang digunakan tidak terdefinisi dengan jelas dan juga pembahasan semesta dalam pembuktian tidak dijelaskan. Keberadaan a , b , c , d tidak dijelaskan merupakan suatu variabel bilangan atau hanya sebatas huruf. Melalui kegagalan dan kesulitan yang dialami mahasiswa dalam penalaran deduktif dapat diminimal kan dalam pembelajaran melalui analisis penalaran deduktif dalam pembuktian sifat tertutup operasi perkalian pada himpunan bilangan rasional. Dari latar belakang di atas maka penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran deduktif mahasiswa dalam membuktikan sifat tertutup operasi perkalian pada himpunan bilangan rasional.

Metode

Jenis penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian ini ditujukan untuk menggali penalaran deduktif mahasiswa dalam membuktikan sifat tertutup operasi perkalian pada himpunan bilangan rasional. Subjek penelitian merupakan mahasiswa S1 Prodi Pendidikan Matematika yang telah menempuh mata kuliah Analisis Real dan Teori Bilangan.

Subjek

Responden penelitian berjumlah 30 Mahasiswa yang mengikuti pembelajaran pada tahun akademik ganjil 2023/2024. Subjek penelitian diambil dari 30 responden yang telah berhasil dan benar dalam penalaran deduktif pembuktian sifat tertutup operasi perkalian pada himpunan bilangan rasional.

Instrumen dan Prosedur

Instrumen penelitian ini ada 2 yaitu instrument utama dan instrument pendukung. Instrumen utama yaitu peneliti itu sendiri yang telah melakukan perencanaan, pengumpulan data, pembelajaran, analisis data, dan penyusunan laporan. Instrumen pendukung adalah soal tes yang berjumlah 1 soal sebagai pemantik proses penalaran deduktif subjek dan pedoman wawancara untuk menggali lebih dalam informasi proses penalaran deduktif subjek.

Pengumpulan data dilakukan dengan teknik *natural setting* atau kondisi yang alamiah. Peneliti berperan langsung dalam pembelajaran yang dilakukan untuk memberikan pemicu untuk melakukan penalaran deduktif oleh subjek penelitian. Pengumpulan data dilakukan

dengan peran peneliti melakukan pembelajaran dan diberikan soal yang berhubungan dengan penalaran deduktif seperti pada [Gambar 2](#) berikut.

Buktikan bahwa dua bilangan rasional di kalikan akan menghasilkan bilangan rasional juga

Gambar 2. Soal Pemicu Penalaran Deduktif

Hasil kerja dari mahasiswa selanjutnya dilakukan wawancara yang lebih mendalam kepada mahasiswa yang berhasil dalam pembuktian penalaran deduktif. Mahasiswa yang dapat melakukan pembuktian selanjutnya dijadikan subjek penelitian untuk memperdalam langkah-langkah dalam penalaran deduktif pembuktian sifat tertutup perkalian pada himpunan bilangan bulat.

Analisis Data

Teknik analisis data dilakukan dengan menggunakan model Miles dan Huberman yang memiliki 3 (tiga) alur kegiatan secara bersamaan yaitu, reduksi data (*data reduction*), penyajian data (*data display*), dan penarikan kesimpulan. Analisa data dilakukan dengan melihat analisis strategi pemecahan masalah yang disebut dengan bernalar logis yang telah diterapkan oleh Larson pada tahun 1983 dan Polya pada tahun 1971 ([Darmawan, 2020](#)). Bernalar logis merupakan suatu strategi yang memanfaatkan data yang ada dan aturan matematika untuk menarik kesimpulan. Analisa data didasarkan pada indikator penalaran logis atau dapat juga disebut penalaran deduktif dalam pembuktian sifat tertutup operasi perkalian himpunan bilangan rasional seperti pada [Tabel 1](#) berikut.

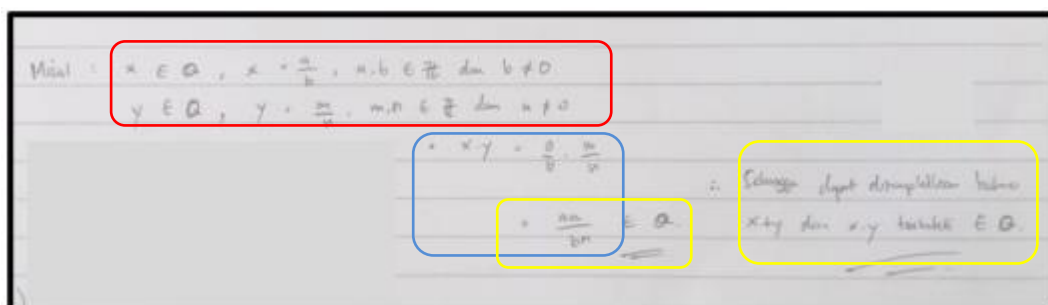
Tabel 1. Indikator Penalaran Deduktif Pembuktian Sifat Tertutup Operasi Perkalian Himpunan Bilangan Rasional

No	Aspek Bernalar	Indikator
1	Pemanfaatan Data	- Mengetahui yang diketahui
		- Mengetahui yang ditanya
		- Mengetahui definisi dari bilangan rasional
2	Aturan Matematika	- Dapat mengoprasikan aturan perkalian pada bilangan rasional
		- Dapat memahami aturan atau sifat perkalian pada bilangan bulat yang merupakan bagian dari definisi bilangan rasional
3	Penarikan Kesimpulan	- Dapat menyimpulkan bahwa hasil perkalian dua bilangan rasional menghasilkan bilangan rasional
		- Dapat menyimpulkan bahwa operasi perkalian dua bilangan rasional menghasilkan bilangan rasional yang berdasarkan definisi

Hasil Penelitian

Data hasil penelitian yang diperoleh berasal dari hasil kerja responden penelitian dan juga didukung dengan hasil wawancara. Hasil kerja responden menunjukkan kemampuan penalaran logis dalam membuktikan sifat ketertutupan operasi perkalian pada himpunan bilangan rasional. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari responden penelitian kemudian diambil menjadi 2 subjek penelitian berdasarkan kategori hasil kinerja. Setiap kategori akan mewakili subjek penelitian yang dilakukan wawancara dan akan dilanjutkan untuk pembahasan. Subjek pertama telah melakukan pembuktian dengan memberikan sedikit penjelasan perihal sifat dari bilangan rasional. Subjek kedua lebih rinci dan detail dalam menjelaskan maksud dari pembuktian tersebut.

Subjek pertama memaparkan bahwa setiap langkah pembuktian menunjukkan definisi dari bilangan rasional. Subjek pertama hanya menjelaskan langkah tetapi tidak menjelaskan maksud kesimpulan dari pembuktian. Subjek pertama hanya menyimpulkan bahwa hasil perkaliannya menghasilkan bilangan rasional tanpa menjelaskan komponen penyusun dari definisi bilangan rasional tersebut. Subjek pertama langsung menyimpulkan bahwa $x \cdot y$ terbukti anggota bilangan rasional seperti pada **Gambar 3** di bawah ini.



Gambar 3. Hasil Kerja Subjek Pertama

Subjek pertama memahami bahwa yang akan dibuktikan adalah hasil operasi perkalian dari dua bilangan rasional. Subjek pertama juga memahami jika yang diketahui merupakan dua buah bilangan bulat yang didefinisikan. Penjelasan dari subjek pertama dapat terlihat dari hasil wawancara 1 di bawah ini:

- Peneliti : Apa yang saudara ketahui perihal soal tersebut?
 Subjek pertama : Soal tersebut kita membuktikan pak jika misalkan x dan y itu bilangan rasional maka hasil dari x dikali y juga bilangan rasional
- Peneliti : Bagaimana definisi dari bilangan rasional yang saudara ketahui?
 Subjek pertama : Seperti yang saya tulis itu pak (**Gambar 3**) x dan y itu bilangan rasional, terus a , b , m , n itu bilangan bulat tetapi b dan m tidak boleh nol.
- Peneliti : Bagaimana saudara melakukan operasi $x \cdot y$ tersebut?
 Subjek pertama : Sesuai aturannya yang pak B... jelaskan kemarin to. Kalau penjumlahan disamakan penyebutnya sedangkan perkalian langsung saja kalikan penyebut dengan penyebut dan pembilang dengan pembilang. Beres kan hehehehehe.
- Peneliti : Bagaimana saudara dapat menyimpulkan bahwa x kali y menghasilkan bilangan rasional.
 Subjek pertama : Ya saya rasa juga bilangan rasional, kalau penjelasannya saya masih agak bingung hehehehehe.

Subjek kedua memiliki pembuktian yang lebih rinci dengan strategi penalaran logis. Subjek kedua menjelaskan setiap komponen yang ada dan dapat menjelaskan kesimpulan dengan baik dan jelas. Hasil kerja subjek kedua terlihat sangat runtut dan dijelaskan dengan bahasa yang sederhana. Subjek kedua juga menyajikan dalam bentuk contoh seperti pada **Gambar 4**.

Subjek kedua memahami setiap langkah dan dapat menjelaskan aturan-aturan matematika yang digunakan. Subjek kedua juga dapat menjelaskan bahwa hasil dari pembuktian benar berdasarkan definisi dari bilangan rasional. Adapun penjelasan dari subjek kedua dapat terlihat pada hasil wawancara 2 berikut:

- Peneliti : Apa yang saudara ketahui perihal soal tersebut?
 Subjek kedua : Mungkin itu maksudnya bahwa ada bilangan rasional yang dikalikan dengan bilangan rasional, dan kita disuruh membuktikan bahwa hasilnya bilangan rasional.
- Peneliti : Bagaimana definisi bilangan rasional menurut saudara?

- Subjek kedua : **Definisinya kalau saya jawab itu himpunan pak. Bilangan Rasional adalah himpunan semua anggota x sedemikian hingga, x anggota bilangan rasional, x sama dengan p per q , dengan p dan q adalah bilangan Z (bilangan bulat) tetapi q tidak sama dengan 0 .**
- Peneliti : Lalu bagaimana saudara mengoprasikannya?
- Subjek kedua : Itu maka saya ambil misalkan dua bilangan rasional adalah a dan b . Lalu saya misalkan lagi bahwa a sama dengan p per q , sedangkan b sama dengan r per s . Kemudian a dan b dikalikan dengan menggunakan aturan perkalian pada bilangan rasional seperti yang bapak jelaskan tadi. Dan hasilnya dapat dilihat bahwa juga bilangan rasional.
- Peneliti : Bagaimana penjelasan saudara bahwa hasilnya juga bilangan rasional?
- Subjek kedua : **Itu kan p, q, r, s adalah bilangan bulat to pak. Jadi sifat lapangan atau aksioma lapangan seperti kata bapak kemarin bahwa bersifat tertutup untuk penjumlahan dan perkalian. Perkaliannya jelas menghasilkan bilangan bulat dan karena r dan s tidak sama dengan 0 maka r kali s juga tidak sama dengan 0 .**

1. Buktikan bahwa dua bilangan rasional di kalikan akan menghasilkan bilangan rasional juga.

Jawaban :

Bilangan Rasional (\mathbb{Q})

$\mathbb{Q} = \{x | x \in \mathbb{Q}, x = \frac{p}{q}, p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$

Contoh

Misalkan $a = \frac{p}{q}$ dan $b = \frac{r}{s}$ dengan p, q, r, s adalah bilangan bulat dan q, s tidak sama dengan 0

$a \times b = \frac{p}{q} \times \frac{r}{s}$

$= \frac{p \times r}{q \times s}$

ket: Perkalian bilangan bulat akan menghasilkan bilangan bulat. Karena $p \times r$ dan $q \times s$ tidak sama dengan 0 . Maka kita membuktikan dua bilangan rasional akan menghasilkan bilangan rasional juga.

Contoh :

$a = \frac{2}{3}$ dan $b = \frac{4}{5}$

$a \cdot b = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

$a \cdot b = \frac{2 \times 4}{3 \times 5}$

Gambar 4. Hasil Kerja Subjek Kedua

Subjek kedua menjelaskan dengan cermat dan lengkap sesuai dengan yang dipahami. Subjek kedua dan subjek pertama memiliki hasil kerja yang bisa membuktikan bahwa hasil perkalian bilangan rasional adalah bersifat tertutup. Subjek pertama kurang sempurna dalam penalaran deduktif dalam pembuktian karena tidak bisa menjelaskan penjabaran perihalan penarikan kesimpulan. Subjek kedua dapat menjelaskan mulai dari kondisi data dari soal yang ditanya sampai pada kesimpulan pembuktian yang dapat dijelaskan.

Diskusi

Penalaran deduktif pada subjek penelitian terjadi saat diberikan pemicu yang berupa soal seperti pada Gambar 2. Sifat tertutup pada operasi perkalian bilangan rasional tercermin dari pertanyaan soal Gambar 2. Subjek memberikan respon atau hasil kerja dari soal tersebut sehingga dapat ditelusuri penalaran deduktif yang dilakukan untuk membuktikan sifat ketertutupan operasi perkalian himpunan bilangan rasional.

Sifat ketertutupan operasi perkalian pada bilangan rasional dapat dibuktikan secara penalaran deduktif dengan melibatkan pemanfaatan data, aturan matematika, dan penarikan kesimpulan dari hasil kerja subjek penelitian. Penalaran dan pembuktian saling berhubungan dalam pembelajaran yang memiliki tujuan untuk penemuan konsep sifat tertutup operasi

bilangan rasional. Penalaran dalam pembuktian dimulai oleh subjek dalam memahami atau memanfaatkan data yang menjadi dasar setiap langkah (Ariati & Juandi, 2022).

Pemanfaatan data menjadi dasar keberhasilan dari subjek penelitian dalam menyelesaikan pembuktian sifat tertutupan operasi perkalian bilangan rasional. Pemanfaatan data yang ada merupakan langkah memahami yang diketahui dari soal sehingga memicu penalaran awal. Tujuan dari pembuktian juga menjadi data awal subjek penelitian sehingga dapat menghubungkan antara yang diketahui dan yang ditanya dengan kemampuan yang dimiliki (Umar, 2016; Yuwono et al., 2018). Pemahaman akan definisi bilangan rasional menjadi data awal yang harus dimiliki oleh subjek penelitian.

Subjek 1 dan subjek 2 memiliki pemahaman dan pengetahuan tentang definisi dari bilangan rasional. Pemahaman tentang definisi bilangan rasional menjadi dasar pengetahuan untuk dapat melakukan pembuktian. Pengetahuan awal sangat dibutuhkan dalam suatu pembuktian (Perbowo & Pradipta, 2017), terkhusus suatu definisi bilangan rasional. Subjek 1 dapat mendefinisikan bilangan rasional seperti pada Gambar 3 daerah tanda warna merah dan begitu juga subjek 2 seperti pada Gambar 4 daerah tanda warna merah. Hasil kerja seperti pada Gambar 3 dan Gambar 4 menunjukkan bahwa subjek penelitian memahami tentang objek yang akan dibuktikan. Sangat penting pemahaman terhadap definisi bilangan rasional untuk melakukan pembuktian (Karim & Nurrahmah, 2018). Wawancara dari subjek 1 dan subjek 2 menunjukkan bahwa keduanya mengetahui definisi dari bilangan rasional. Jawaban subjek penelitian terlihat dari percakapan hasil wawancara 1 dan hasil wawancara 2 yang dicetak tebal. Secara jelas subjek penelitian mengemukakan definisi bilangan bulat saat diwawancarai oleh peneliti.

Subjek 1 dan subjek 2 juga mengetahui maksud dari soal yang diberikan. Pembuktian yang ditanyakan pada soal diketahui oleh subjek penelitian melalui wawancara. Hasil kerja subjek peneliti keduanya tidak mencantumkan yang akan buktikan atau yang ditanya dari soal. Pemahaman subjek 1 dan subjek 2 tentang maksud soal tersebut terlihat dari percakapan hasil wawancara 1 dan hasil wawancara 2 yang dicetak miring. Pemahaman maksud dari soal sangat diperlukan untuk dapat menentukan langkah yang akan dilakukan dalam pembuktian. Pemahaman bahkan juga menjadi salah satu bagian dalam pemecahan masalah (Fitriani & Maulana, 2016).

Aturan Matematika diperlukan dalam pembuktian untuk menguji kebenaran setiap langkah (Lutfiyana et al., 2021). Aturan matematika digunakan dalam menentukan bagian atau komponen dari bilangan rasional. Subjek 1 dan subjek 2 mengetahui aturan bahwa bilangan rasional terbentuk dari bilangan bulat. Pengetahuan definisi tidak akan membantu dalam pembuktian jika subjek tidak mengetahui aturan operasi atau sifat komponen bilangan bulat. Subjek 1 dan subjek 2 dapat membedakan bahwa terdapat bilangan bulat dalam penyusunan bilangan rasional dan ada bagian bilangan bulat yang tidak boleh bernilai 0 (nol).

Aturan matematika yang harus diketahui tentang operasi bilangan pecahan. Perkalian bilangan pecahan dilakukan dengan mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut. Subjek 1 dan subjek 2 menjelaskan perihal aturan dari perkalian bilangan pecahan seperti pada percakapan hasil wawancara 1 dan hasil wawancara 2 yang telah digaris bawah. Hasil kerja subjek penelitian juga menunjukkan kemampuan dalam penggunaan operasi pada perkalian bilangan pecahan seperti pada Gambar 3 dan Gambar 4 bagian tanda warna biru.

Penarikan Kesimpulan dalam pembuktian menjadi kunci dari keberhasilan. Pemahaman dari soal yang diberikan dan juga aturan matematika yang digunakan akan dapat menarik kesimpulan yang benar (Ariati & Juandi, 2022; Noor & Abadi, 2022). Subjek penelitian keduanya dapat menyimpulkan jika hasil kali dua bilangan rasional menghasilkan bilangan

rasional. Kesimpulan kedua subjek penelitian terlihat dari [Gambar 3](#) dan [Gambar 4](#) bagian tanda kuning.

Subjek 1 memberikan kesimpulan yang memiliki hasil kurang meyakinkan. Kesimpulan yang diberikan tidak disertai dengan penjelasan tentang hasil akhir yang juga merupakan bilangan rasional. Subjek 1 juga terlihat masih bimbang tentang penarikan kesimpulan yang terlihat dari percakapan hasil wawancara 1 bagian cetak tebal garis bawah. Subjek 1 masih ragu dan belum dapat menjelaskan maksud dari kesimpulan yang diberikan. Kesimpulan diberikan berdasarkan keragu-raguan.

Subjek 2 lebih jelas dan dapat menjabarkan maksud dari kesimpulan yang diberikan. [Gambar 4](#) tanda warna kuning sudah menjelaskan bahwa terdapat kejelasan dari hasil kerja atau kejelasan dari kesimpulan. Hasil kerja tersebut diperjelas lagi dengan hasil percakapan wawancara 2 bagian cetak tebal garis bawah. Terlihat bahwa subjek 2 memahami atas penarikan kesimpulan dari pembuktian hasil perkalian bilangan rasional tersebut. Subjek 2 menjelaskan definisi dari bilangan rasional yang dihasilkan dari perkalian. Subjek 2 juga menjelaskan sifat lapangan atau aksioma lapangan pada bilangan bulat.

Kesimpulan

Kami menyimpulkan bahwa penalaran deduktif mahasiswa dalam membuktikan sifat tertutup operasi perkalian pada himpunan bilangan rasional memiliki tiga tahapan penalaran. Pemanfaatan data, aturan matematika, dan penarikan kesimpulan merupakan tahapan dalam penalaran deduktif mahasiswa. Tahapan pemanfaatan data dilakukan dengan memahami maksud soal pemicu penalaran dan definisi dari bilangan rasional. Tahapan aturan matematika terdiri dari sifat bilangan bulat dan operasi bilangan bulat yang merupakan bagian dari bilangan rasional. Tahapan penarikan kesimpulan terdiri dari penjelasan bagian hasil perkalian dari komponen bilangan rasional yaitu terdiri dari bilangan bulat dan bilangan bulat tak nol. Penelitian ini membahas tentang langkah-langkah penalaran deduktif pada operasi perkalian bilangan rasional. Penelitian lanjutan dapat dilakukan dengan melihat kegagalan dalam penalaran deduktif pada mahasiswa. Kegagalan tersebut dapat digunakan sebagai acuan penyusunan rencana pembelajaran sifat tertutup bilangan rasional pada operasi perkalian. Perencanaan pembelajaran diharapkan meminimalkan kegagalan mahasiswa dalam memahami pembuktian sifat tertutup operasi perkalian dan bahkan bisa untuk operasi penjumlahan.

Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan

Referensi

- Anugrahana, A. (2018). Tinjauan Deskriptif Penerapan Higher Order Thinking dan Problem-Based Learning Pada Mata Kuliah Geometri Berdasarkan Kemampuan Matematika Mahasiswa. *Scholaria: Jurnal Pendidikan Dan Kebudayaan*, 8(2), 142–156.
- Ariati, C., & Juandi, D. (2022). Kemampuan Penalaran Matematis: Systematic Literature Review. *LEMMA: Letters Of Mathematics Education*, 8(2), 61–75.
- Darmawan, P. (2020). *Interaksi Dual Proses Dalam Menyelesaikan Masalah Segibanyak Siswa Sekolah Dasar* [Desertasi]. Universitas Negeri Malang.
- Fadillah, A. (2019). Analisis Kemampuan Penalaran Deduktif Matematis Siswa. *JTAM / Jurnal Teori Dan Aplikasi Matematika*, 3(1), 15–21. <https://doi.org/10.31764/jtam.v3i1.752>

- Fitriani, K., & Maulana. (2016). Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SD Kelas V Melalui Pendekatan Matematika Realistik. *Mimbar Sekolah Dasar*, 3(1), 40–52. <https://doi.org/10.17509/mimbar-sd.v3i1.2355>
- Hr, Bq. M. (2020). kemampuan penalaran deduktif matematis siswa MA NW Kabar berdasarkan sintaks modeling the way. *Media Pendidikan Matematika*, 8(1), 87–96.
- Indah, P., & Nuraeni, R. (2021). Perbandingan Kemampuan Penalaran Deduktif Matematis Melalui Model PBL dan IBL Berdasarkan KAM. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(1), 165–176. <http://journal.institutpendidikan.ac.id/index.php/mosharafa>
- Karim, A., & Nurrahmah, A. (2018). Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa Pada Mata Kuliah Teori Bilangan. *Jurnal Analisa*, 4(1), 24–32. <https://doi.org/10.15575/Analisa.xxx.xxx>
- Lithner, J. (2016). Mathematical Reasoning in Task Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 165–190.
- Lutfiyana, L., Dwijayanti, I., & Pramasdyahsari, A. S. (2021). Kemampuan Literasi Matematika Dalam Penyelesaian Masalah Aturan Sinus Dan Kosinus Ditinjau Dari Pemahaman Konsep. *Jurnal Gantang*, 6(2), 151–162. <https://doi.org/10.31629/jg.v6i2.3783>
- NCTM. (2010). Executive Summary Principles and Standarts For School Mathematics. *Journal of Equine Veterinary Science*, 18(11), 719. [https://doi.org/10.1016/s0737-0806\(98\)80482-6](https://doi.org/10.1016/s0737-0806(98)80482-6)
- Noor, P. P., & Abadi, A. P. (2022). Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi dalam Perkembangan Pembelajaran Matematika SMA. *Jurnal Educatio*, 8(2), 466–473. <https://doi.org/10.31949/educatio.v8i2.1986>
- Perbowo, K. S., & Pradipta, T. R. (2017). Pemetaan Kemampuan Pembuktian Matematis Sebagai Prasyarat Mata Kuliah Analisis Riil Mahasiswa Pendidikan Matematika. *KALAMATIKA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 81–90.
- Putri, D. K., Sulianto, J., & Azizah, M. (2019). Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau dari Kemampuan Pemecahan Masalah. *International Journal of Elementary Education*, 3(3), 351–357. <https://ejournal.undiksha.ac.id/index.php/IJEE>
- Ramadhanti, F. T., Juandi, D., & Jupri, A. (2022). Pengaruh Problem-Based Learning Terhadap Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi Matematis Siswa. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(1), 667–682. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i1.4715>
- Subanji. (2015a). *Construction Error Theory: Concept and Mathematics Problems Solving*. Universitas Negeri Malang.
- Subanji. (2015b). *Teori Kesalahan Konstruksi Konsep dan Pemecahan Masalah Matematika*. Universitas Negeri Malang.
- Suwarma, D. M., & Kusumah, Y. S. (2012). Interaksi Antara Faktor TKAM dan Pembelajaran Terhadap Kemampuan Penalaran Deduktif Matematis Mahasiswa Calon Guru SD Beserta Kinerjanya (Studi Kuasi Eksperimen pada Pembelajaran dengan Pendekatan Induktif). *Eduhumaniora: Jurnal Pendidikan Dasar*, 4(1), 1–13. <https://doi.org/https://doi.org/10.17509/eh.v4i1.2813>
- Umar, W. (2016). Strategi Pemecahan Masalah Matematis Versi George Polya dan Penerapannya dalam Pembelajaran Matematika. *KALAMATIKA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 59–70.
- Yohanes, B., & Yusuf, F. I. (2021). Teori Beban Kognitif: Peta Kognitif Dalam Pemecahan Masalah Pada Matematika Sekolah. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(4), 2215. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i4.4033>

Yuwono, T., Supanggih, M., & Ferdiani, R. D. (2018). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika dalam Menyelesaikan Soal Cerita Berdasarkan Prosedur Polya. *Jurnal Tadris Matematika*, 1(2), 137–144. <https://doi.org/10.21274/jtm.2018.1.2.137-144i>