

Deskripsi Kinerja dan Eksplorasi Kesulitan Belajar Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Kalkulus

Nurul Hilal, A Rasul

How to cite : Hilal, N., & Rasul, A. (2023). Deskripsi Kinerja dan Eksplorasi Kesulitan Belajar Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Kalkulus. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 3(2), 137 - 147. <https://doi.org/10.51574/kognitif.v3i2.1158>

To link to this article : <https://doi.org/10.51574/kognitif.v3i2.1158>



Opened Access Article



Published Online on 31 Desember 2023



[Submit your paper to this journal](#)



Deskripsi Kinerja dan Eksplorasi Kesulitan Belajar Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Kalkulus

Nurul Hilal¹, A Rasul^{2*}

^{1, 2}Program Studi Pendidikan Matematika, STKIP Hermon Timika

Article Info

Article history:

Received Okt 13, 2023

Accepted Des 17, 2023

Published Online Des 31, 2023

Keywords:

Performance

Learning Difficulties

Solving Calculus Problems

ABSTRACT

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kinerja dan mengeksplorasi kesulitan belajar siswa dalam menyelesaikan masalah terkait kalkulus. Penelitian ini menggunakan metode kualitatif deskriptif. Subjek penelitian adalah siswa kelas XII SMA Hidayatullah Timika berjumlah 23 siswa, sedangkan subjek wawancara adalah salah satu siswa yang memiliki banyak melakukan kesalahan ketika mengerjakan tes dan komunikatif. Analisis data dilakukan dengan mendisplay data, menganalisis, menginterpretasi, dan menyimpulkan. Hasil analisis diperoleh umumnya kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah kalkulus yang melibatkan pemahaman, aplikasi dan penalaran termasuk kategori cukup, kurang baik atau tidak baik. Kesulitan yang dilakukan siswa adalah kesulitan menggunakan pengetahuan, pemahaman, dan penalaran dalam penyelesaian masalah terkait kalkulus.

This is an open access under the [CC-BY-SA](#) licence



Corresponding Author:

A Rasul

Pendidikan Matematika,

STKIP Hermon Timika,

Jl. Budi Utomo Jl. Raya Sp1, Ujung, Kec. Mimika Baru, Kabupaten Mimika, Papua 99971

Email: arasulmtka.unm@gmail.com

Pendahuluan

Kalkulus merupakan salah satu bidang kajian matematika sekolah menengah atas matematika perguruan tinggi yang meliputi limit, turunan, integral, dan deret tak hingga ([Brijlall & Jubilee, 2019](#); [Pino-Fan et al., 2017](#); [Ryberg, 2018](#)). Ruang lingkup materi matematika sekolah menengah atas (SMA) yang diujikan UN adalah aljabar, kalkulus, geometri, dan pengukuran, dan statistik ([Cory & Garofalo, 2011](#); [Sangwin & Jones, 2017](#); [Swinyard, 2011](#)). Selain itu, konsep kalkulus banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah sains dan teknologi selain menggunakan cara aljabar ([Carlson et al., 2010](#); [Weber & Thompson, 2014](#); [Zazkis, 2014](#)). Kalkulus perlu dikuasai dengan baik oleh mahasiswa matematika, sains dan teknologi agar mudah memahami materi berikutnya ([García-García & Dolores-Flores, 2019](#)). Dengan demikian, konsep kalkulus penting dipahami oleh siswa SMA agar lebih digunakan dalam menyelesaikan masalah matematika, sains, dan teknologi.

Kemampuan memahami konsep, penalaran, dan pemecahan masalah kalkulus merupakan tujuan utama pembelajaran kalkulus di SMA ([Carlson et al., 2010](#)). Pemecahan

masalah merupakan suatu tingkat aktivitas mental yang tinggi, yang tidak hanya melibatkan aplikasi konsep, prinsip yang dipelajari tetapi didasarkan juga pada struktur kognitif yang dimiliki siswa untuk dapat menyelesaikan masalah yang disajikan ([Carlson et al., 2002, 2010](#); [Thompson et al., 2014](#)). Pembelajaran matematika SMA yang memfasilitasi siswa memperoleh empat level kognitif, yaitu pengetahuan, pemahaman, aplikasi, dan penalaran ([Walter & Barros, 2011](#)). Oleh karena itu, kemampuan menggunakan pengetahuan, pemahaman dan penalaran dalam pemecahan masalah penting dibangun dalam struktur kognitif siswa agar harapan tujuan pembelajaran tercapai.

Namun kenyataan menunjukkan bahwa banyak siswa SMA yang mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah kalkulus, seperti fungsi, limit fungsi, turunan, dan integral. Beberapa penelitian telah menyelidiki tentang kesulitan siswa dalam belajar kalkulus dengan memberikan soal tes kepada 20 siswa yaitu

Jika

$$f(x) = \frac{4x + 2}{x - 1}, x \neq 1$$

Tentukan

$$f(3x) + f\left(\frac{2}{x}\right), x \neq 0$$

Hasilnya diperoleh umumnya siswa memahami soal dan mensubstitusikan nilai-nilai x ke dalam fungsi, namun siswa tidak mampu menyederhanakan bentuk pecahan aljabar ke dalam bentuk yang paling sederhana. Selain itu, hasil ujian quis matakuliah kalkulus integral tahun 2011 yang diikuti 38 mahasiswa pendidikan matematika semester II diperoleh 5,2% mahasiswa mampu menjelaskan makna definisi integral tentu, sedangkan 94,8% tidak mampu menjelaskan makna definisi integral tertentu ([Natsheh & Karsenty, 2014](#); [Sikora & Pitt, 2019](#); [Stalvey & Vidakovic, 2015](#)). Kemudian, hasil kajian data nilai UN siswa SMA mulai tahun 2009 sampai dengan 2012 terhadap materi limit fungsi, turunan dan aplikasi disimpulkan bahwa daya serap siswa rendah ([Weber et al., 2020](#)). Temuan tersebut mengindikasikan bahwa siswa SMA mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah kalkulus yang melibatkan penggunaan pemahaman, pengetahuan dan penalaran. Padahal kurikulum 2013 menekankan siswa pada pemahaman konsep, hubungan, penalaran, dan pemecahan masalah. Dengan demikian, penelitian tentang kesulitan siswa SMA dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan penggunaan pengetahuan, pemahaman, dan penalaran penting dilakukan agar memberikan gambaran bagi guru, dosen, dan pemerhati pendidikan untuk memperbaiki mutu pembelajaran.

Kemampuan pemecahan masalah merupakan kapabilitas seseorang mampu atau tidak mampu dalam pemecahan suatu masalah dengan menggunakan pengetahuan dan pengalaman yang telah dikonstruksi dalam kognitifnya. Polya ([Leong et al., 2012](#)) mendefinisikan pemecahan masalah adalah usaha seseorang mencari solusi dari suatu masalah dari suatu situasi mencapai suatu tujuan yang tidak dengan segera dapat dicapai. Pengembangan kemampuan berpikir dibagi menjadi 2 proses, yaitu membangun persepsi objek dan melakukan tindakan-tindakan untuk mensymbolisasikan konsep ([Tall, 2009](#)). Sebagai contoh dalam kalkulus menghitung rata-rata perubahan fungsi dan rata-rata disimbolkan sebagai diferensial. Carlson et al., ([2010](#)) melakukan penelitian tentang kemampuan memahami, mensintesis, dan penalaran tentang konsep-konsep prakalkulus pada mahasiswa dengan menggunakan asismen taksonomi melalui pembelajaran kalkulus.

Kesulitan belajar siswa dalam menyelesaikan masalah penting untuk teliti dalam pendidikan matematika. Hasil penelitian ini diharapkan memberikan gambaran kepada guru, siswa, dosen, dan pihak terkait kesulitan yang dialami siswa dalam menerapkan pengetahuan

dan pengalaman dalam penyelesaian masalah matematika. Level kognitif materi ujian nasional mata pelajaran matematika SMA menjadi 4 level, yaitu pengetahuan, pemahaman, aplikasi dan penalaran (Carlson et al., 2002). Penelitian White dan Mitcheimore (1996) tentang pengetahuan konseptual dalam pembelajaran kalkulus ditemukan siswa kesulitan dalam mengaplikasikan konsep kalkulus dalam mengembangkan variabel pada materi turunan fungsi.

Penelitian ini difokuskan pada penilaian kinerja dan penelusuran terhadap kesulitan belajar siswa dalam menyelesaikan masalah kalkulus, khusus pada penggunaan pengetahuan, pemahaman, dan penalaran. Penilaian kinerja siswa dilakukan dengan cara memberikan tes penyelesaian masalah kalkulus (TPMK), sedangkan kesulitan belajar siswa dilakukan dengan cara wawancara terhadap salah satu subjek penelitian yang banyak melakukan kesalahan dalam mengerjakan TPMK. Selanjutnya, kedua data tersebut diinterpretasikan, dianalisis dan dirumuskan kesimpulan. Tujuan penelitian ini untuk mendeskripsikan kinerja dan kesulitan siswa SMA dalam menyelesaikan masalah kalkulus.

Metode

Berdasarkan tujuan penelitian, maka penelitian ini menggunakan jenis penelitian kualitatif deskriptif. Subjek penelitian adalah siswa kelas XII SMA Hidayatullah Tumika berjumlah 23 siswa. Instrumen penelitian ini berupa tes pemecahan masalah kalkulus (TPMK) dan wawancara. TPMK dirumuskan dalam bentuk uraian (Essay) dengan jumlah sebanyak 3 butir soal. Penelitian dilaksanakan pada bulan Maret 2018. Kinerja siswa dari hasil jawaban TPMK dinilai dengan cara menggunakan rubrik kemampuan pemecahan masalah dalam bentuk uraian. Aspek-aspek penilaian kinerja meliputi pengetahuan dan pemahaman, aplikasi konsep, strategi, metode, serta komunikasi ungkapan penyelesaian TPMK. Skor kinerja pada masing-masing aspek didasarkan pada: skor 4: sangat baik, 3: baik, 2: cukup, 1: kurang baik, 0: tidak baik, tidak ada respon.

Wawancara penelitian ini dilakukan terhadap salah satu subjek yang memiliki kesalahan pada setiap TPMK dan komunikatif. Wawancara bertujuan untuk mengeksplorasi kesulitan yang dialami siswa dalam menyelesaikan masalah kalkulus. Hal ini sesuai wawancara yang dilakukan oleh Tarmisi (2010) untuk mendapatkan data kesulitan didasarkan pada jawaban subjek. Aspek kesulitan yang ditelusuri melalui wawancara adalah (1) aspek ketidakmampuan subjek menerapkan konsep turunan dan metode tertentu untuk mendapatkan sistem persamaan linier dua variabel, (2) ketidakmampuan subjek menghubungkan konsep fungsi kontan dengan integral tentu dan menerapkan penalaran, (3) ketidakmampuan memvisualisasikan daerah yang dibatasi oleh dua kurva dan sumbu-sumbu koordinat serta menerapkan konsep integral tentu untuk menghitung luas daerah. Deskripsi indikator dan bentuk butir soal TPMK disajikan pada tabel.

Tabel 1. Deskripsi Indikator dan Butir Soal

No	Deskripsi Indikator	Butir Soal
1	Mampu menentukan fungsi dalam $y = f(x)$ jika diketahui fungsi dan titik belok dengan menggunakan metode substitusi dan turunan kedua untuk memperoleh koefisien-koefisien dari persamaan fungsi	Misalkan $f(x) = a\sqrt{x} + \frac{b}{-\sqrt{x}}$ mempunyai titik belok (4,13), tentukan nilai a dan b .

- | | | |
|---|---|---|
| 2 | Mampu menghitung integral tentu jika diberikan fungsi di x sama dengan fungsi di $x+a$ dengan a bilangan real | Diketahui fungsi $f(x) = f(x + 2)$ untuk setiap bilangan real. Jika $\int_0^2 f(x)dx = B$,
tentukan nilai $\int_3^7 (x + 8)dx$. |
| 3 | Mampu menghitung luas daerah yang dibatasi oleh dua kurva, sumbu X dan sumbu Y dengan menggunakan integral tentu. | Diketahui fungsi $f(x) = x^k$ dan $g(x) = x$. Misalkan D merupakan daerah yang dibatasi oleh kurva g , sumbu Y dan garis $y = 1$. Jika kurva f membagi daerah D menjadi 2 bagian sama besar, tentukan nilai k . |

Dari tabel 1 terlihat bahwa deskripsi indikator yang diharapkan dari penyelesaian masalah terkait kalkulus meliputi subjek memiliki pemahaman konsep turunan pertama dan kedua serta titik belok suatu fungsi, dan mampu menggunakan konsep turunan serta metode tertentu untuk mendapatkan nilai koefisien-koefisien, selanjutnya, indikator kedua subjek memiliki pemahaman konsep fungsi konstan, integral tentu, dan penalaran serta menggunakan dalam menentukan suatu integral tentu, sedangkan indikator ketiga adalah subjek memiliki pemahaman memvisualisasikan daerah yang dibatasi oleh dua kurva, batas integrasi, dan menggunakan konsep integral tentu untuk menghitung luas daerah

Hasil dan Diskusi

Kinerja Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Terkait Kalkulus. Data hasil kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah terkait kalkulus dari 23 siswa SMA yang mengikuti ujian kinerja diperoleh skor yang disajikan pada tabel berikut.

Tabel 2. Data Skor Kinerja Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Kalkulus

No	Kode Subjek	Nomor Butir Soal			Skor Total
		1	2	3	
1	S01	12	12	10	34
2	S02	10	10	10	30
3	S03	10	10	8	28
4	S04	3	3	2	8
5	S05	10	10	8	28
6	S06	6	10	2	18
7	S07	0	3	0	3
8	S08	0	3	0	3
9	S09	0	3	0	3
10	S10	3	4	0	7
11	S11	8	10	8	16
12	S12	0	3	0	3
13	S13	10	12	10	32
14	S14	6	10	8	24
15	S15	0	3	0	3
16	S16	6	8	3	17
17	S17	6	10	7	23

18	S18	10	12	12	34
19	S19	0	3	0	3
20	S20	3	8	6	17
21	S21	6	10	8	24
22	S22	6	12	8	26
23	S23	4	8	6	18

Dari tabel 2 terlihat bahwa: (1) 26,1% kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah terkait perumusan fungsi dengan menggunakan metode tertentu dan turunan fungsi termasuk kategori sangat baik, 30,4% kategori baik, 26,1% kategori cukup, 17,4% kategori kurang baik, dan 26,1% tidak baik, (2) kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah terkait penentuan integral tentu fungsi konstan dengan menggunakan pemahaman konsep integral tentu dan penalaran adalah 52,2% kategori sangat baik, 13% kategori baik, 0% kategori cukup, 34,8% kategori kurang baik, dan tidak ada prosentase yang kategori tidak baik, (3) kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah terkait luas daerah dengan menggunakan integral tentu adalah 17,4% kategori sangat baik, 26,2% kategori baik, 8,6% kategori cukup, 4,3% kategori kurang baik, dan 43,5% kategori tidak baik.

Penyelesaian masalah kalkulus terkait perumusan fungsi dalam persamaan $y = (x)$ bila diketahui bentuk umum fungsi dan titik belok, umumnya subjek tidak mampu menggunakan metode substitusi titik belok ke dalam fungsi semula untuk mendapatkan persamaan baru. Demikian juga, subjek tidak mampu menggunakan turunan kedua untuk mendapatkan persamaan kedua dari fungsi semula. Sebagian kecil subjek mampu menggunakan turunan kedua dan titik belok untuk mendapatkan persamaan linier, namun tidak mampu menggunakan metode substitusi titik belok untuk mendapatkan persamaan semua. Sedangkan sebagian kecil subjek mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan mensubstitusikan titik belok ke dalam persamaan semula dan menggunakan turunan kedua untuk memperoleh persamaan kedua, dan menggunakan metode eliminasi atau substitusi untuk mendapatkan nilai-nilai koefisien yang ditanya dalam masalah. Dengan demikian, subjek umum kesulitan menggunakan metode tertentu dalam menyelesaikan masalah terkait dengan perumusan fungsi.

Kesulitan Siswa Dalam Penyelesaian Masalah Terkait Aplikasi Turunan

Data tertulis kinerja salah satu subjek penelitian dengan kode subjek S04 dalam menyelesaikan masalah terkait pemahaman pembentukan persamaan aljabar fungsi dan penggunaan formula turunan kedua dan metode-metode lainnya, disajikan pada gambar berikut.

$f(x) = a\sqrt{x} + \frac{b}{x}$ titik belok (9,13)
 Dit: $a + b = \dots$
 ~~$f(x) = a\sqrt{x} + \frac{b}{x}$~~
 $= a \cdot x^{\frac{1}{2}} + \frac{b}{x^1} = a \cdot x^{\frac{1}{2}} + x^{-1} \cdot b$
 $f'(x) = \frac{1}{2} a x^{-\frac{1}{2}} + -\frac{b}{2} x^{-\frac{3}{2}}$
 $f''(x) = -\frac{1}{4} a x^{-\frac{3}{2}} + \frac{b^2 - 2b}{4} x^{-\frac{5}{2}}$

Gambar 1. Data Tertulis Kesalahan S04 dalam menyelesaikan Masalah 1

Dari data tertulis kesalahan S04 dalam menyelesaikan masalah terkait perumusan fungsi menunjukkan bahwa S04 melakukan kesalahan dalam menggunakan formula turunan pertama dan kedua dari fungsi yang diketahui. Selanjutnya, subjek tidak memberikan tindakan apapun dalam melanjutkan penyelesaian masalah tersebut hingga diperoleh solusi. Jadi, deskripsi tersebut mengindikasikan bahwa S04 kesulitan dalam menggunakan formula turunan pertama, turunan kedua, dan kesulitan menggunakan metode tertentu untuk memperoleh solusi dari penyelesaian masalah tersebut.

Cuplikan hasil wawancara peneliti dengan S04 terkait kesulitan dalam menyelesaikan masalah 1 disajikan sebagai berikut.

- P01 : Jelaskan apa yang anda pahami soal nomor pertama
- S0401 : Diketahui fungsi $f(x) = a\sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt{x}}$ mempunyai titik belok (4,13), tentukan nilai a dan b.
- P02 : Jelaskan penyelesaian yang anda buat ini?
- S0402 : Di sini dilakukan diketahui $f(x) = a\sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt{x}}$, dirubah akar dari \times menjadi pangkat setengah. Jadinya $ax^{\frac{1}{2}}$, lalu di b dijadikan $bx^{-\frac{1}{2}}$ sehingga menjadi $ax^{\frac{1}{2}} + bx^{-\frac{1}{2}}$, selanjutnya diturunkan menjadi $\frac{1}{2}ax^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}bx^{-\frac{3}{2}}$.
- P03 : Tadi anda jelaskan merubah akar kuadrat dari \times menjadi pangkat setengah, mengapa anda merubah akar menjadi pangkat setengah?
- S0403 : Karena diketahui akar itu kan nilainya pangkat setengah, makanya saya buat jadi $ax^{\frac{1}{2}}$
- P04 : Jelaskan apa maksud simbol ini [menunjukkan simbol f aksen]
- S0404 : Itu turunan kedua pak
- P05 : Dari yang dikerjakan ini [menunjukkan jawaban di kertas], apa akan dilakukan selanjutnya.
- S0405 : Sampai di sini saja pak [sambil menunjukkan kertas jawaban], seterusnya tidak tahu lagi langkahnya pak.
- P06 : Coba dipikirkan, bagaimana cara melanjutkan penyelesaian.
- S0406 : diam...5 menit...tidak bisa lagi pak.

Dari cuplikan wawancara menunjukkan S04 memahami masalah dengan menjelaskan makna data yang diketahui, yaitu fungsi dan titik belok, selanjutnya menyebutkan data yang ditanyakan, yaitu berapa nilai a dan b serta persamaan aljabar fungsi. Selanjutnya

subjek S04 melakukan kesalahan dalam penentuan turunan pertama dan turunan kedua. Selanjutnya, subjek tidak mampu menggunakan metode apapun untuk melanjutkan penyelesaian masalah tersebut hingga diperoleh solusi. Dengan demikian, mengindikasikan bahwa subjek S04 mengalami kesulitan menggunakan formula turunan dan kesulitan berpikir dalam meneruskan penyelesaian masalah hingga diperoleh solusi.

Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Terkait Konsep Integral Tentu

Data jawaban tertulis kinerja S04 dalam menyelesaikan masalah terkait pemahaman dan penggunaan konsep integral tentu disajikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= k \\
 \int_3^7 f(x+8) dx &= 0 \\
 \int_3^7 (k+8) dx &= 0 \\
 [kx + 8x]_3^7 &= 0 \\
 k(7) + 8(7) - (k(3) + 8(3)) &= 0 \\
 7k + 56 - 3k - 24 &= 0 \\
 4k + 32 &= 0 \\
 4k &= -32 \\
 \boxed{k = -8}
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Data Tertulis Kinerja S04 Terkait Penyelesaian Masalah 2

Dari data tertulis kesalahan S04 dalam menyelesaikan masalah terkait penggunaan konsep integral tentu dan penalaran menunjukkan bahwa S04 melakukan kesalahan dalam menentukan integral fungsi dengan batas integrasi 3 dan 7 dengan alasan subjek mengawali penyelesaian dengan memisalkan fungsi $f(x)$ sama dengan k dengan k konstanta real, kemudian mensubstitusikan $f(x) = k$ ke dalam fungsi $f(x+8)$ sehingga diperoleh $f(k+8)$, dilanjutkan menghitung integral tentu fungsi $f(k+8)$ dengan batas integrasi 3 dan 7. Petikan wawancara peneliti dengan S04 terkait kesulitan dalam menyelesaikan masalah terkait integral tentu sebagai berikut.

Berdasarkan cuplikan wawancara menunjukkan S04 dalam menyelesaikan masalah terkait integral tentu dengan memisalkan fungsi sebagai fungsi konstan untuk menghitung integral, kemudian subjek menghitung integral tentu fungsi konstan, dan terakhir subjek menghitung integral yang ditanyakan dengan mensubstitusikan fungsi konstan k ke dalam fungsi $x+8$. Dari deskripsikan tersebut mengindikasikan bahwa subjek tidak mampu menghubungkan nilai integral fungsi konstan dengan batas integrasi 0 dan 2 dengan integral tentu fungsi $f(x) = x+8$ dengan batas integrasi 3 dan 7. Subjek kesalahan menghitung integral tentu yang ditanyakan oleh soal, kemudian subjek bingung memastikan kebenaran nilai integral yang diperoleh, dan subjek tidak mampu melanjutkan perbaikan atas jawaban tersebut. Dengan demikian, subjek kesulitan dalam menggunakan konsep integral tentu dan penalaran dalam menyelesaikan masalah terkait integral.

Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah terkait Penggunaan Integral Tentu

Data jawaban tertulis S04 dalam menyelesaikan masalah terkait penggunaan integral untuk menghitung luas daerah sebagai berikut.

The image shows handwritten mathematical work. At the top, there are some derivative calculations: $\frac{D_1}{D_2} = \frac{1}{k}$, $= 2 D_1 - D_2$, and $= 2 \int_0^1 x - x^k dx = \int_0^1 x^k dx$. Below this, there are several lines of integral calculations: $= 2 \int_0^1 x dx - 2 \int_0^1 x^k dx = \int_0^1 x^k dx$, $= 2 \int_0^1 x dx = 3 \int_0^1 x^k dx$, and $= 2 \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^1 = 3 \left[\frac{1}{k+1} x^{k+1} \right]_0^1$. The final result is $1 = \frac{3}{k+1}$ and $k = 2$. Below the calculations is a coordinate system with a vertical axis labeled 'y' and a horizontal axis labeled 'x'. Two curves are plotted: a straight line $y = x$ and a curve $y = x^k$. The region between the curves from $x=0$ to $x=1$ is divided into two areas, D_1 and D_2 . The intersection point is at $(1,1)$. The x-axis has a tick mark at $x=1$. The y-axis has a tick mark at $y=1$. The origin is labeled 'O'. There are some additional markings like '0 < x < 1' and '0 < y < 1'.

Gambar 3. Data Tertulis Kesalahan S04 Terkait Penyelesaian Masalah 3

Dari data tertulis kesalahan S04 dalam menyelesaikan masalah terkait pemahaman dan penggunaan konsep integral tentu menunjukkan bahwa S04 melakukan kesalahan menggambarkan daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva dan sumbu-sumbu koordinat, kemudian, subjek kesalahan merumuskan model integral dari gambar disajikan, serta kesalahan dalam menghitung integral. Jadi, subjek mengalami kesulitan dalam menggambarkan daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva dan sumbu-sumbu koordinat, kesulitan merumuskan dan menghitung daerah dengan menggunakan integral tentu. Petikan wawancara peneliti dengan S04 tentang kesulitan dalam menyelesaikan soal penggunaan integral untuk menghitung luas daerah sebagai berikut.

Berdasarkan jawaban hasil tes dan hasil petikan wawancara dengan S04 terkait penyelesaian soal luas daerah menunjukkan bahwa subjek S04 mengawali dengan menggambarkan daerah yang dibatasi oleh kurva dan sumbu-sumbu koordinat, kemudian subjek menghitung integral diawali dengan membandingkan 2 daerah, selanjutnya menghitung integral dengan batas integrasi 0 dan 1. Dari deskripsi mengindikasikan bahwa subjek melakukan kesalahan dalam menggambarkan daerah yang dibatasi kurva dan sumbu koordinat, kesalahan dalam menghitung nilai k dengan menggunakan integral tentu. Dengan demikian, subjek kesulitan menggambarkan daerah, menghitung luas daerah dengan menggunakan konsep integral tentu.

Kesulitan subjek dalam menyelesaikan masalah terkait merumuskan bentuk fungsi ditunjukkan dengan kesalahan subjek dalam menentukan turunan pertama dan turunan kedua dari fungsi yang diketahui dan tidak mampu membuat hubungan antara titik belok dengan turunan fungsi, selanjutnya, subjek juga tidak mampu membuat hubungan titik belok dengan fungsi yang diberikan, selanjutnya, subjek tidak mampu memilih strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut. Hal ini sesuai hasil penelitian sebelumnya ([Carlson et al., 2015](#); [Thompson et al., 2014](#)) ditemukan siswa kesulitan mensubstitusikan nilai-nilai x ke fungsi (x) . Kemudian, subjek juga tidak memiliki bayangan dalam kognitif tentang penyelesaian masalah kalkulus tersebut.

Kesulitan subjek dalam menyelesaikan masalah terkait dengan menghitung integral fungsi ditunjukkan dengan subjek tidak mampu menghubungkan nilai integral

fungsi konstan dengan integral fungsi konstan di sebarang titik berbeda dengan alasan tidak mampu memahami integral fungsi konstan di setiap titik, selanjutnya, subjek tidak mampu menggunakan penalaran untuk menentukan integral fungsi konstan.

Kesulitan subjek dalam menyelesaikan masalah terkait dengan luas daerah ditunjukkan dengan subjek tidak mampu memvisualisasikan daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva dan sumbu-sumbu koordinat, selanjutnya subjek tidak mampu menghitung luas daerah dengan menggunakan integral tentu, serta tidak memiliki bayangan dalam struktur kognitif tentang kebenaran solusi yang yang dicari.

Simpulan

Dari analisis data disimpulkan bahwa kinerja siswa SMA dalam menyelesaikan masalah kalkulus terkait dengan perumusan fungsi dengan menggunakan metode tertentu dan konsep turunan umumnya termasuk kategori cukup, kurang baik atau tidak baik. Siswa kesulitan menggunakan metode substitusi dan konsep turunan untuk merumuskan sistem persamaan linier dua peubah, kemudian siswa kesulitan membayangkan gambaran strategi penyelesaian masalah tersebut. penyelesaian masalah kalkulus terkait pemahaman dan penggunaan konsep integral tentu serta penalaran, umumnya termasuk kategori cukup atau tidak baik. Selanjutnya, kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah terkait pemahaman, penggunaan dan penalaran terkait konsep integral tentu diperoleh umumnya termasuk kategori sangat baik atau baik, sedikit banyak siswa termasuk dalam kategori kurang baik. Sedangkan, kinerja siswa dalam menyelesaikan masalah terkait luas daerah dengan menggunakan integral tentu diperoleh sebagian besar siswa memiliki kinerja cukup, kurang baik, atau tidak baik. Siswa mengalami kesulitan dalam memvisualisasi daerah yang dibatasi kurva dan sumbu-sumbu koordinat dan menggunakan integral tentu. Temuan ini, mengharapkan pada guru atau dosen untuk menekankan pada pengetahuan, pemahaman, aplikasi dan penalaran dalam pembelajaran kalkulus khusus materi turunan dan integral.

Konflik Kepentingan

Penulis menyatakan tidak ada konflik kepentingan

References

- Brijlall, D., & Jubilee, N. (2019). Analysing engineering students' understanding of integration to propose a genetic decomposition. *Journal of Mathematical Behavior*, January, 0–1. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.01.006>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352–378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Carlson, M., Oehrtman, M., & Engelke, N. (2010). The precalculus concept assessment: A tool for assessing students' reasoning abilities and understandings. *Cognition and Instruction*, 28(2), 113–145. <https://doi.org/10.1080/07370001003676587>
- Carlson, M. P., Madison, B., & West, R. D. (2015). A Study of Students' Readiness to Learn Calculus. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics*, 1(2), 209–233. <https://doi.org/10.1007/s40753-015-0013-y>
- Cory, B., & Garofalo, J. (2011). Using dynamic sketches to enhance preservice secondary

- mathematics teachers' understanding of limits of sequences. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(1), 65–97. <http://www.jstor.org/stable/10.5951/jresmetheduc.42.1.0065>
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2019). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x>
- Leong, Y. H., Toh, T. L., Tay, E. G., Quek, K. S., & Dindyal, J. (2012). Relooking “Look Back”: A student's attempt at problem solving using Polya's model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(3), 357–369. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2011.618558>
- Natsheh, I., & Karsenty, R. (2014). Exploring the potential role of visual reasoning tasks among inexperienced solvers. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 46(1), 109–122. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0551-1>
- Pino-Fan, L. R., Font, V., Gordillo, W., Larios, V., & Breda, A. (2017). Analysis of the Meanings of the Antiderivative Used by Students of the First Engineering Courses. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1–23. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9826-2>
- Ryberg, U. (2018). Generating different lesson designs and analyzing their effects : The impact of representations when discerning aspects of the derivative. *Journal of Mathematical Behavior*, 51(March), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.012>
- Sangwin, C. J., & Jones, I. (2017). Asymmetry in student achievement on multiple-choice and constructed-response items in reversible mathematics processes. *Educational Studies in Mathematics*, 94(2), 205–222. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9725-4>
- Sikora, J., & Pitt, D. G. W. (2019). Does advanced mathematics help students enter university more than basic mathematics? Gender and returns to year 12 mathematics in Australia. *Mathematics Education Research Journal*, 31(2), 197–218. <https://doi.org/10.1007/s13394-018-0249-3>
- Stalvey, H. E., & Vidakovic, D. (2015). Students' reasoning about relationships between variables in a real-world problem. *Journal of Mathematical Behavior*, 40, 192–210. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.08.002>
- Swinyard, C. (2011). Reinventing the formal definition of limit : The case of Amy and Mike. *Journal of Mathematical Behavior*, 30(2), 93–114. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.01.001>
- Tall, D. O. (2009). Dynamic mathematics and the blending of knowledge structures in the calculus. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 41(4), 481–492. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0192-6>
- Thompson, P., Carlson, M. P., Byerley, C., & Hatfield, N. (2014). Schemes for thinking with magnitudes: An hypothesis about foundational reasoning abilities in algebra. *Epistemic Algebra Students: Emerging Models of Students' Algebraic Knowing*, September, 1–24.
- Walter, J. G., & Barros, T. (2011). Students build mathematical theory: Semantic warrants in argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, 78(3), 323–342. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9326-1>
- Weber, E., & Thompson, P. W. (2014). Students' images of two-variable functions and their graphs. *Educational Studies in Mathematics*, 87(1), 67–85. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9548-0>
- Weber, K., Dawkins, P., & Mejía-Ramos, J. P. (2020). The relationship between mathematical practice and mathematics pedagogy in mathematics education research. *ZDM -*

Mathematics Education, 52(6), 1063–1074. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01173-7>
Zazkis, D. (2014). Proof-scripts as a lens for exploring students' understanding of odd/even functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 35, 31–43.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.04.001>